

## ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಅಲೆದಾಟ

ಗಣಿತದ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಚ್ಚಿನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಏನೋ ಒಂದು ಅಳುಕು ಇರುತ್ತದೆ. ಅದಕ್ಕೆ ಸ್ವಲ್ಪಮಟ್ಟಿಗೆ ಪೋಷಕರು - ಶಿಕ್ಷಕರು ಸಹ ಕಾರಣರಾಗುತ್ತಾರೆ. ಗಣಿತದ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರಗಳನ್ನು ಕರಾರುವಾಕ್ಕಾಗಿ ಮಾಡಿದಲ್ಲಿ ಗೊಂದಲವೇ ಇಲ್ಲ. ಈ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರಸಂಬಂಧ ಮತ್ತು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಬಹಳ ಸರಳವಾಗಿ ತಿಳಿಸಿಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಮಕ್ಕಳು ಸ್ವತಃ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಜಾಗರೂಕತೆಯಿಂದ, ತಾಳ್ಮೆಯಿಂದ ಹುಡುಕಿದಾಗ, ಆಗೋಚರ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಕಣ್ಣಿಂದ ಬರಬಹುದು. ಹಾಗೆ ಹುಡುಕಲು ಜಾಣ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳನ್ನು ಪ್ರೇರೇಪಿಸುವ ಪುಸ್ತಕ ಬಹುಶಃ ಇದೊಂದೇ. ಇದೊಂದು ಮನರಂಜನೆ ನೀಡುವ ಆಟವೆಂದರೂ ತಪ್ಪಲ್ಲ. ಅಚ್ಚರಿಗೊಳಿಸುವ ಅಸಂಖ್ಯ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಇಲ್ಲಿ ಲಭ್ಯ. ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಜಾಣರಾಗಲು ಇನ್ನಷ್ಟು ಅವಕಾಶ.

\* \* \*

ಕೃತಿಯ ಲೇಖಕ ಶ್ರೀ ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನವರು ಚೆನ್ನೈಯಲ್ಲಿನ ಮುತ್ಯಾಲಪೇಟೆಯ ಹೈಸ್ಕೂಲೊಂದರಲ್ಲಿ ಮುಖ್ಯೋಪಾಧ್ಯಾಯ ರಾಗಿದ್ದರು. ತಮ್ಮ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಲ್ಲಿ ಉತ್ಸಾಹ ತುಂಬಿ ರಾಮಾನುಜನ್‌ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ, ದೇಶದಲ್ಲೇ ಏಕೈಕ ಎಂಬಂತಹ ಶಾಗದ ಪತ್ರ - ವಸ್ತುಗಳ ಸಂಗ್ರಹಾಲಯವೊಂದನ್ನು ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. ಗಣಿತ ಬೋಧನೆಯನ್ನು ಕಾಯಕವನ್ನಾಗಿಸಿ ಅದರ ಸಂವಹನಕ್ಕೆ ಶ್ರಮಿಸಿದ್ದಾರೆ. 'ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ವಿಜ್ಞಾನ ಸಂವಹನ ಪುರಸ್ಕಾರ' ಪಡೆದಿದ್ದಾರೆ. ಪುಲ್‌ಬ್ಲೈಟ್ ಸ್ಕಾಲರ್ ಆಗಿ ನೈಜೀರಿಯದಲ್ಲೂ ದುಡಿದಿದ್ದಾರೆ.

\* \* \*

ಕೃತಿಯ ಅನುವಾದಕ ಶ್ರೀ ಎಂ. ಜೆ. ರಾಜೇವ ಗೌಡರು ಚಿಕ್ಕಬಳ್ಳಾಪುರದ ಮೇಲೂರಿನಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಾಪಕರಾಗಿದ್ದಾರೆ. ಪೋಟೋಗ್ರಫಿ, ಚಾರಣ, ಗಣಿತದ ಬಗೆಗಿನ ಶಿಕ್ಷಣಗಳಲ್ಲಿ ಆಸಕ್ತರು. ಯಾರೂ ಬಯಸದ ಊರಿಗೆ ಕೀಳಿ ವರ್ಗ ಮಾಡಿಸಿಕೊಂಡು ಅಲ್ಲಿ ಕಾಡು ಬೆಳೆಸಲು ಶ್ರಮಿಸಿದ ಪರಿಸರ ಪ್ರೇಮಿ. ಇವರ ಕೆಲವು ಕಥೆಗಳು ನಾಡಿನ ನಿಯತಕಾಲಿಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಬೆಳಕು ಕಂಡಿವೆ. ಗಣಿತ ಮಾದರಿ ತಯಾರಿಕೆ, ಛಾಯಾಚಿತ್ರ ಪ್ರದರ್ಶನ ಇವರ ಹವ್ಯಾಸ.



ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್



ಎಂ. ಜೆ. ರಾಜೇವ ಗೌಡ

ISBN 81-8467-347-7



9 788184 673470

₹ 40

Code : 002098

URL : [www.navakarnataka.com](http://www.navakarnataka.com)  
<http://navakarnataka.blogspot.in>  
[facebook.com/navakarnataka](https://www.facebook.com/navakarnataka)  
[twitter.com/navakarnataka](https://twitter.com/navakarnataka)

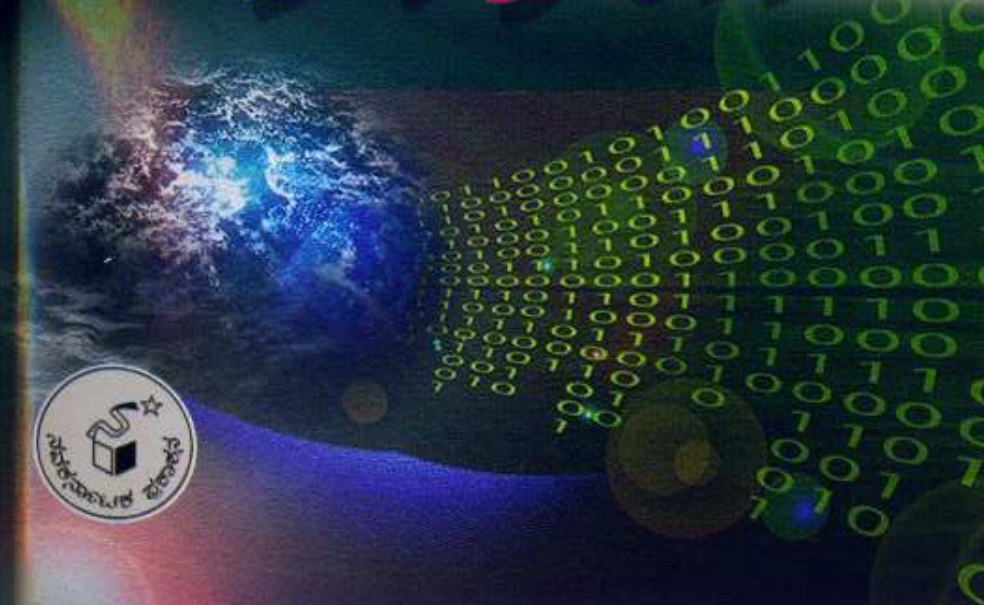
■ ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್

ಕನ್ನಡಕ್ಕೆ : ಎಂ.ಜೆ.ರಾಜೇವ ಗೌಡ



ಗಣಿತ  
ಸಂವತ್ಸರ  
೨೦೧೨

# ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಅಲೆದಾಟ



Recd 13/July/2013

ನವಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರಕಾಶನದ ೩೬೦೫ನೇ ಪ್ರಕಟಣೆ



ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್

ಸಂಖ್ಯಾಯೋಗದಲ್ಲು ಅಲೆದಾಟ

ಕನ್ನಡಕ್ಕೆ

ಎಂ. ಜಿ. ರಾಜೀವ ಗೌಡ



ನವಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರಕಾಶನ

## ಸಂಪಾದಕರ ನುಡಿ

ವಿಶ್ವವಿಖ್ಯಾತ ಗಣಿತ ಪ್ರತಿಭೆ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ 125ನೇ ಜನ್ಮವರ್ಷವಾದ 2012ನೇ ಇಸವಿಯನ್ನು ಭಾರತ ಸರ್ಕಾರವು 'ರಾಷ್ಟ್ರೀಯ ಗಣಿತ ವರ್ಷ' ಎಂದು ಘೋಷಿಸಿರುವುದು ಸ್ತುತ್ಯರ್ಹ.

ಈ ಪರ್ವ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ನಮ್ಮ ರಾಜ್ಯದಾದ್ಯಂತ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಾಗಿ, ಅಧ್ಯಾಪಕರಿಗಾಗಿ ಹಾಗೂ ಗಣಿತಾಭಿಮಾನಿ ಸಾರ್ವಜನಿಕರಿಗಾಗಿ ಗಣಿತದ ವಿವಿಧ ಪ್ರಕಾರಗಳಲ್ಲಿ ಮಹತ್ವದ ಮತ್ತು ಸ್ವಾರಸ್ಯಮಯ ವಿಷಯಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಹಾಗೂ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಬಗ್ಗೆ ಕೆಲವು ಕೃತಿಗಳನ್ನು ಹೊರತರಬೇಕೆಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ನವಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರಕಾಶನ ಸಂಸ್ಥೆಯು ಯೋಜನೆಯೊಂದನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸುವಂತೆ ಈ ಸಂಪಾದಕ ಮಂಡಲಿಗೆ ತಿಳಿಸಿತು. ಅದರಂತೆ ಮಂಡಲಿಯು ತಜ್ಞ ಲೇಖಕರನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ಕೆಲವು ಉಪಯುಕ್ತ ಪುಸ್ತಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವಂತೆಯೂ ಇನ್ನು ಕೆಲವನ್ನು ಆಂಗ್ಲಭಾಷೆಯಿಂದ ಅನುವಾದಿಸುವಂತೆಯೂ ಏರ್ಪಾಡು ಮಾಡಿತು. ಈ ಪ್ರಯತ್ನದ ಫಲವಾಗಿ ವಿಶ್ವದ ಪ್ರಸಿದ್ಧ ಮಹಿಳಾ ಗಣಿತಜ್ಞರು, ಮಾಯಾಚೌಕಗಳ ಸ್ವಾರಸ್ಯ, ಭಾರತೀಯ ಸಂಖ್ಯಾಪದ್ಧತಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತ, ಕ್ಯಾಲೆಂಡರಿನೊಂದಿಗೆ ಸಂಖ್ಯಾವಿನೋದ, ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಅಲೆದಾಟ, ಏನು ? ಗಣಿತ ಅಂದ್ರಾ ?, ಮನರಂಜನೆಗಾಗಿ ಬೀಜಗಣಿತ, ಪ್ಲೇಟೋನ ಘನಾಕಾರಗಳು, ಒರಿಗಾಮಿ ಮುಂತಾದ ಹೊತ್ತಿಗೆಗಳು ಈಗ ಪ್ರಕಟವಾಗುತ್ತಿವೆ. ಹಾಗೆಯೇ, ಖ್ಯಾತ ಗಣಿತ ಮತ್ತು ವಿಜ್ಞಾನ ಲೇಖಕರಾಗಿದ್ದ ಜಿ. ಟಿ. ನಾರಾಯಣರಾಯರ ಶ್ರೀನಿವಾಸ ರಾಮಾನುಜನ್ : ಜೀವನ ಮತ್ತು ಸಾಧನೆ ಎಂಬ ಕೃತಿಯನ್ನು ಈ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಪ್ರಕಟಿಸಲು ಸಂತೋಷವಾಗುತ್ತದೆ. ನಮ್ಮ ಕನ್ನಡ ನಾಡಿನ ಓದುಗರಲ್ಲಿ ಗಣಿತವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ವಿಶೇಷವಾದ ಆಸಕ್ತಿ, ಕುತೂಹಲ ಮತ್ತು ಸ್ಫೂರ್ತಿ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಈ ಕೈಂಕರ್ಯದಲ್ಲಿ ಬಹಳ ಶ್ರದ್ಧೆಯಿಂದ ಭಾಗವಹಿಸಿರುವ ನವಕರ್ನಾಟಕ ಪಬ್ಲಿಕೇಷನ್ಸ್ ಪ್ರೈವೇಟ್ ಲಿಮಿಟೆಡ್ ಸಂಸ್ಥೆಯವರಿಗೆ ನಮ್ಮ ಸಂಪಾದಕ ಮಂಡಲಿಯ ಅಭಿನಂದನೆಗಳು.

ಸಂಪಾದಕ ಮಂಡಲಿ

## ಅನುವಾದಕರ ಮಾತು

ಸಾಮಾನ್ಯವಾಗಿ ಮಕ್ಕಳಿಗೇಕೆ ಗಣಿತ ಕಷ್ಟವಾಗುತ್ತದೆ... ? ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಗಣಿತ ಎನ್ನುವುದು ತುಂಬ ಸರಳವಾದ ವಿಷಯ ಅಲ್ಲವೆ ಎಂದು ಯಾವಾಗಲೂ ಯೋಚಿಸುತ್ತಿದ್ದೆ. ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಗಣಿತದ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಪಾಠಗಳನ್ನು ಕಲಿಸುವ ಜವಾಬ್ದಾರಿಯಿರುವ ನನಗೆ ಇದು ಸದಾ ಕಾಡುತ್ತಿದ್ದ ಪ್ರಶ್ನೆ. ಒಂದು ದಿನ ನನ್ನ ಹಿರಿಯ ಸ್ನೇಹಿತರೂ, ಶ್ರೇಯೋಭಿಲಾಷಿಗಳೂ ಆದ ಶ್ರೀ ವಿ. ಎಸ್. ಎಸ್. ಶಾಸ್ತ್ರಿಯವರು, ಶ್ರೀ ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್‌ರವರ 'Romping in numberland' ಎಂಬ ಪುಸ್ತಕ ಕೊಟ್ಟು ಅದನ್ನು ಕನ್ನಡಕ್ಕೆ ಅನುವಾದಿಸಿಕೊಡಲು ಹೇಳಿದಾಗ ಕುತೂಹಲದಿಂದಲೇ ಅದನ್ನು ಓದುತ್ತಾ ಹೋದೆ. ಅದನ್ನು ಓದಿದ ನಂತರ ಗಣಿತದ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಪಾಠಗಳನ್ನು ಕಲಿಸುವುದು ಎಂದುಕೊಳ್ಳುವುದೇ ತಪ್ಪು, ಅದು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ಮೂಡಿಸುವುದು ಎಂದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು ಎಂದು ಅರಿವಾಗಿದ್ದು...! ನಾವು ಬಹುಪಾಲು ಮೇಷ್ಟ್ರುಗಳು ಮತ್ತು ಮೇಡಂಗಳು ಮಾಡುತ್ತಿರುವ ತಪ್ಪು ಇದು. 'ಪಾಠ ಮಾಡುವುದು' ಮತ್ತು 'ಪರಿಕಲ್ಪನೆ ಮೂಡಿಸುವುದು' ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನೇ ತಿಳಿಯದೆ, ಗಣಿತ ಕಛೇರಿದ ಕಡಲೆ ಎಂದುಕೊಂಡ ಸ್ಥಿತಿಗೆ ತಲುಪುವ ಸಾವಿರಾರು ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ತಯಾರು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದೇವೆ. ಈ ಹಿನ್ನೆಲೆಯಲ್ಲಿ ಶ್ರೀ ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್‌ರವರ ಪುಸ್ತಕ ಕನ್ನಡದಲ್ಲಿ ದೊರೆತರೆ ನಮ್ಮ ಎಷ್ಟೋ ಮಕ್ಕಳಿಗೂ ಅವರಿಗೆ ಕಲಿಸುವ ಕಾಯಕದಲ್ಲಿ ತೊಡಗಿರುವವರಿಗೂ ಉಪಯುಕ್ತವಾಗುವುದರಲ್ಲಿ ಸಂಶಯವಿಲ್ಲವೆನಿಸಿತು. ಮಕ್ಕಳ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಯಾವುದರ ಬಗ್ಗೆಯೂ ಭಯವಿರುವುದಿಲ್ಲ ಎನ್ನುವುದು ವಾಸ್ತವ. ಹಾಗಾದರೆ ಅವರಿಗೆ ಗಣಿತದ ಬಗೆಗಿನ ಭಯ ಮೂಡುವುದಾದರೂ ಹೇಗೆ... ? ಅದು ಹಿರಿಯರಿಗಿರುವ ಭಯ(ಅಜ್ಞಾನ)ದ ಮುಂದುವರಿಕೆ ಅಷ್ಟೆ. ಹಿರಿಯರು ಮನಸ್ಸು ಮಾಡಿದರೆ ಮಕ್ಕಳನ್ನು ಹೇಗೆಲ್ಲಾ ಗಣಿತದಲ್ಲಿನ ಸಂತೋಧನೆಗಳೆಡೆಗೆ ತಿರುಗಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಈ ಪುಸ್ತಕ ಉದಾಹರಣೆಯಾಗಲಿ ಎಂದು ಆಶಿಸುತ್ತೇನೆ. ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಇಂತಹದೊಂದು ಸಾಧ್ಯತೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಿಕೊಟ್ಟ ಶ್ರೀ ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್‌ರವರಿಗೆ ಧನ್ಯವಾದಗಳನ್ನು ಎಲ್ಲರೂ ಅರ್ಪಿಸಬೇಕು. ನಾನು ಈ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಕನ್ನಡಕ್ಕೆ ಅನುವಾದಿಸಬಲ್ಲೆ ಎಂಬ ಪ್ರೀತಿ ಮತ್ತು ನಂಬಿಕೆಗಳನ್ನು ತೋರಿದ ಶ್ರೀ ವಿ. ಎಸ್. ಎಸ್. ಶಾಸ್ತ್ರಿಯವರಿಗೂ, ನವಕರ್ನಾಟಕ ಸಂಪಾದಕ ಮಂಡಳಿಯವರಿಗೂ ನಾನು ಆಭಾರಿ.

ಎಂ. ಜಿ. ರಾಜೇವ ಗೌಡ, ಮೇಲೂರು

## ನೀವು ನನ್ನ ಜೊತೆ ಬನ್ನಿ

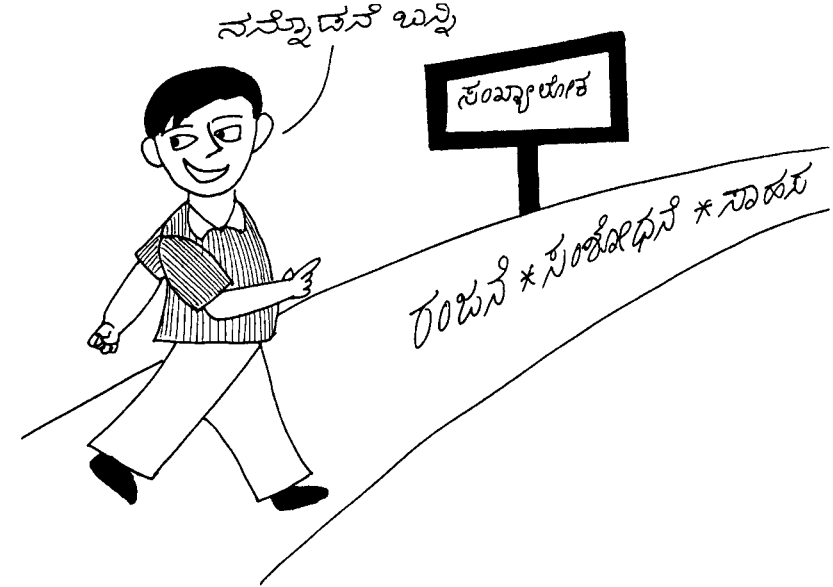
### ಪರಿವಿಡಿ

ನೀವು ನನ್ನ ಜೊತೆ ಬನ್ನಿ	...	7
ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಧಗಳು	...	14
ಕಸರತ್ತಿಗೆ ಮುನ್ನ	...	30
ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಅಲೆದಾಟ	...	33
ಅಲೆದಾಟಕ್ಕೆ ಬಿಡುವು	...	51

ನಾನು ಏಳನೇ ತರಗತಿಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ. ನನಗೆ ಆಟವೆಂದರೆ ಇಷ್ಟ. ಹಾಗೆಯೇ ಕಥೆ ಓದುವುದೂ ಇಷ್ಟ.

ನನ್ನ ಮಾವ ಗಣಿತದ ಮೇಷ್ಟ್ರು. ಅವರನ್ನು ಪ್ರೊಫೆಸರ್ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಅವರು ನನಗೆ ಆಗಾಗ “ನೀನೂ ಸಹ ಗಣಿತದ ಪುಟ್ಟ ಪುಟ್ಟ ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು” ಎಂದು ಹೇಳುತ್ತಿರುತ್ತಾರೆ. “ಇದರಿಂದ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಖುಷಿ ಪಡೆಯಬಹುದು. ಅದಕ್ಕೆ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪರಿಚಯ ಚೆನ್ನಾಗಿ ಆಗಬೇಕು. ನೋಡಿದ ತಕ್ಷಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಹೊಳೆಯಬೇಕು, ಅವುಗಳೊಡನೆ ಆಟವಾಡಬೇಕು. ಇದಕ್ಕೆ ಕೂಡುವುದು, ಕಳೆಯುವುದು, ಗುಣಾಕಾರ, ಭಾಗಾಕಾರಗಳು ಬಂದರೆ ಸಾಕು. ನಿನಗೆ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ಈಗಾಗಲೇ ಇದನ್ನು ಹೇಳಿಕೊಟ್ಟಿರುತ್ತಾರಲ್ಲವೇ?” ಎಂದೂ ಹೇಳುತ್ತಿದ್ದರು. ಆದರೆ ನನ್ನ ಮಾವನ ಈ ಮಾತುಗಳನ್ನು ನಾನು ಗಂಭೀರವಾಗೇನೂ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಿಲ್ಲ. ಮೇಷ್ಟ್ರು ಕೈಲಿ ಬೈಸಿಕೊಳ್ಳದೆ ಲೆಕ್ಕ ಸರಿಯಾಗಿ ಮಾಡಿ ತೋರಿಸಿದರೆ ಸಾಕಾಗಿತ್ತು. ಇನ್ನು ನಾನು ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸಂಶೋಧನೆ ಮಾಡಲು ಸಾಧ್ಯವೇ...? ಎನ್ನುವ ಉಡಾಫೆ ಇದಕ್ಕೆ ಕಾರಣವಿರಬಹುದು.

ಒಂದು ದಿನ ನನ್ನ ಮಾವ ಶಾಲೆಯೊಂದರ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮಕ್ಕೆ ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದರು. ಅದು ಆ ಶಾಲೆಯ ಗಣಿತ ಸಂಘದ ಸದಸ್ಯರಿಗೆ ಉಪನ್ಯಾಸ ನೀಡುವ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ. ಆ ಸಂಘದ ಹೆಸರು





“ಆಯ್ಲರ್ ಗಣಿತ ಸಂಘ”. ಆಯ್ಲರ್ ಒಬ್ಬ ಶ್ರೇಷ್ಠ ಗಣಿತಜ್ಞ ಎಂಬುದು ನನಗೆ ಗೊತ್ತಿತ್ತು. ಅಂದು ನನ್ನ ಮಾವನ ಭಾಷಣ ಕೇಳಲು ನಾನೂ ಹೊರಟೆ. ಜೊತೆಗೆ ಆ ಶಾಲೆಯ ಮಕ್ಕಳು ಮಾವನ ಮಾತುಗಳಿಗೆ ಹೇಗೆ ಪ್ರತಿಕ್ರಿಯಿಸುತ್ತಾರೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡುವ ಕುತೂಹಲವೂ ಇತ್ತು.

ಶಾಲೆಗಳಲ್ಲಿ ಮಕ್ಕಳು ಹೇಗೆ ಪುಟಾಣಿ ಸಂಶೋಧಕರಾಗಬಹುದೆಂದು ನನ್ನ ಮಾವ ಅಂದು ಭಾಷಣ ಮಾಡಿದರು. ಅವರು ತಮ್ಮ ಭಾಷಣದಲ್ಲಿ “ಇಂದಿನ ದಿನಗಳು ಅದ್ಭುತ ಸಂಶೋಧನೆಗಳ ಯುಗವಾಗಿದೆ. ಜೀವನದ ಎಲ್ಲಾ ರಂಗಗಳಲ್ಲೂ ಹೊಸ ಹೊಸ ಸಂಶೋಧನೆಗೆ ಅಪಾರವಾದ ಬೇಡಿಕೆಯಿದೆ. ಯಾರೂ ಇದ್ದಕ್ಕಿದ್ದಂತೆ ಸಂಶೋಧಕರಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ನಿಮ್ಮಂತೆ ಚಿಕ್ಕ ವಯಸ್ಸಿನ ಮಕ್ಕಳಿರುವಾಗಲೇ ಹೊಸ ಸಂಗತಿಗಳನ್ನು ಆವಿಷ್ಕರಿಸುವ ಕುತೂಹಲವನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳಬೇಕು” ಎಂದೆಲ್ಲ ಹೇಳಿದರು. ಇವರು ಗಣಿತದ ಪೂರೈಸರ್‌ರಲ್ಲವೇ, ಆದ್ದರಿಂದಲೇ ಅಂಕಿ-ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಲೋಕದಲ್ಲಿ ಸಂಶೋಧನೆಗೆ ಬೇಕಾದಷ್ಟು ಅವಕಾಶವಿದೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. “ಇದಕ್ಕೇನೂ ಹಣ ಖರ್ಚು ಮಾಡಬೇಕಿಲ್ಲ. ಈ ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಬರೆಯಬೇಕೆಂಬುದು ನಿಮಗೆ ಗೊತ್ತಿರಬೇಕಷ್ಟೆ. ಸಂಶೋಧನೆಗೆ ಇಷ್ಟು ಸಾಕೆ...! ಎನಿಸುತ್ತಿದೆಯೇ...? ವಾಸ್ತವವಾಗಿ ಇಷ್ಟೇ ಸಾಕು...! ಯಾರು ಈ ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಕೂಡುವುದು, ಕಳೆಯುವುದು, ಗುಣಿಸುವುದು, ಮತ್ತು ಭಾಗಿಸುವುದನ್ನು ಚೆನ್ನಾಗಿ ಕಲಿತಿರುವಿರೋ ಅಂತಹವರು ಈ ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಹೊಸ ಹೊಸ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಬಹುದು - ಅಂದರೆ ಸಂಶೋಧಿಸಬಹುದು. ಹೊಸದನ್ನು ಮೊದಲು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವವರನ್ನು ಅನ್ವೇಷಕ ಎನ್ನಬಹುದಾದರೆ. ಅಂತಹ -ಅನ್ವೇಷಕ-ನೀವೇ ಆಗಬಹುದಲ್ಲವೇ...?”

“ನಿಮಗೆಲ್ಲರಿಗೂ ಸುಲಭವಾಗಿ ಸಿಗುವ ಹಾದಿಯೆಂದರೆ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹುಡುಕುವ ಆಟ. ಇಂತಹ ಕೌಶಲ್ಯ ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಇದೆ. ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಸಂಶೋಧನೆಗೆ ಬೇಕಾಗಿರುವುದು ಈ ಕೌಶಲ್ಯವೇ. ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ನೀವು ಹುಡುಕಿದಷ್ಟೂ ಸಂಖ್ಯಾ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಸಿಗುವುದರಿಂದ ನಾವು ಇದನ್ನು ಸಂಖ್ಯಾ ಸಾಗರವೆಂದೇ ಕರೆಯಬಹುದು. ಅಂಕಿಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವಿಚಿತ್ರ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಹುಡುಕುವುದರಿಂದ ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಅರಿಯಬಹುದು. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಈ ಸಂಬಂಧ ಅರಿಯುವುದರಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಂದೂ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನೂ ಅರಿಯಬಹುದು. ಅವುಗಳ ಅನನ್ಯ ಸೌಂದರ್ಯವನ್ನೂ ಗಮನಿಸಬಹುದು.

ಒಳ್ಳೆಯದು. ಇಲ್ಲಿ ನೋಡಿ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

ನಿಮಗೆ ಆಶ್ಚರ್ಯವಾಗಬಹುದು, ಇದರಲ್ಲೇನಿದೆ ವಿಶೇಷ ಅನ್ನಿಸಬಹುದು ! ಇಲ್ಲಿರುವುದು 1ರಿಂದ 10ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಾಲ್ಕು ಸಾಲುಗಳು ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲವೇ...? ಒಂದಷ್ಟು

ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೇ ಒಟ್ಟಿಗೆ ನೋಡಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗಲಿ ಎಂದೇ ಹೀಗೆ ಬರೆದಿರುವುದು. ಇಲ್ಲಿ ಕೆಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ, ಈ ಜೋಡಿಗಳ ಗುಣಕಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಗಮನಿಸುತ್ತಾ ಹೋಗಿ. ಹಾಗೆಯೇ ಬೇರೆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಜೋಡಿ ಮಾಡಿ ನೋಡಿ. ಖಂಡಿತಾ ನಿಮಗಿಲ್ಲಿ ಕೆಲ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಕಾಣುತ್ತವೆ. ಕೆಲವು ಮೇಲ್ನೋಟಕ್ಕೆ ಕಾಣಬಹುದು. ಕೆಲವು ಸ್ವಲ್ಪ ಗಮನವಿಟ್ಟು ಯೋಚಿಸಿದಾಗ ಫಕ್ಕನೆ ಕಾಣಬಹುದು. ಯಾವುದೋ ಒಂದೇ ವಿನ್ಯಾಸದಂತೆ ಎಲ್ಲವೂ ಇರುತ್ತದೆಂದು ಯೋಚಿಸಬೇಡಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ಅನನ್ಯತೆಯನ್ನು ಹುಡುಕುವುದು ಒಂದು ಸಾಹಸವೇ ಸರಿ. ಹಾಗೆಂದು ಈ ವೈಚಿತ್ರ್ಯಗಳನ್ನೇ ಹುಡುಕುತ್ತಾ ಕೂರಬೇಡಿ. ಈ ಎಲ್ಲಾ ಜೋಡಣೆಗಳಲ್ಲಿ ಇರಬಹುದಾದ ಸಮಾನ ಅಂಶಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಯೋಚಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ ಈ ಚಾರ್ಟ್‌ನ ಮೊದಲ ಮೂರು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ, ಅಂದರೆ 1, 2 ಮತ್ತು 3. ಇಲ್ಲಿ  $1+3, 2 \times 2$ ಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗ ಸಮನಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಇದು ಮೊದಲ ತ್ರಿವಳಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಶೇಷತೆಯೇ ಹೊರತು ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣವಲ್ಲ.

ಈಗ ಇನ್ನೊಂದು ಉದಾಹರಣೆ ನೋಡಿ

$$1+3=2 \times 2$$

$$2+4=3 \times 2$$

$$3+5=4 \times 2$$

ಇಲ್ಲಿ ಏನಾಗುತ್ತಿದೆ ಗಮನಿಸಿ: ಮೂರು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಅಂಚುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ. ಇದು ಎಲ್ಲಾ ತ್ರಿವಳಿಗಳಿಗೂ ನಿಜ. ಹಾಗಾಗಿ ಇದನ್ನು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

ನಿಮ್ಮ ಶಾಲೆಯಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಹೆಡ್‌ಮಾಸ್ಟರ್ ನಿಮ್ಮನ್ನು..., ಎಲ್ಲೋ ಒಮ್ಮೊಮ್ಮೆ ಮಾತ್ರ ಇವನು ಬುದ್ಧಿ ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತಾನೆ ಎಂದರೆ ನಿಮಗೆ ಸಂತೋಷವಾಗುತ್ತದೆಯೇ ? ಸದಾ ಬುದ್ಧಿವಂತರೆನಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿ ಆಸೆಯಿರುತ್ತದೆಯಲ್ಲವೇ...?

ಹಾಗೆಯೇ ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವಿನ್ಯಾಸಗಳತ್ತಲೂ ನಿಮ್ಮ ಗಮನ ಸದಾ ಇರಬೇಕು. ಒಮ್ಮೆ ನಿಮಗೊಂದು ವಿಚಿತ್ರ ವಿನ್ಯಾಸ ಸಿಕ್ಕಿತೆಂದುಕೊಳ್ಳಿ, ತಕ್ಷಣ ಅದನ್ನು ಒಂದು ಕಡೆ ಬರೆದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳಿ. ನಂತರ ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಯ ಮರೆತುಬಿಡಿ, ಕೈಯಲ್ಲಿ ಆರು ಬೆರಳುಗಳಿರುವ ವ್ಯಕ್ತಿಯನ್ನು ನೋಡಿ ನೀವು ಬೆರಗಾದರೂ, ಅದನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಹೊತ್ತು ಮಾತ್ರ ನೆನಪಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳುತ್ತೀರಲ್ಲಾ ಹಾಗೆ. ಅಂತೆಯೇ ಒಂದು ಹೊಸ ವಿನ್ಯಾಸ ಕಂಡಾಗಲೂ ಸಹ, ಆದರೆ ದಾಖಲಿಸಿಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಮರೆಯಬೇಡಿ.

ಯಾವುದೋ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವು ಹಲವಾರು ಬಾರಿ ನಿಮ್ಮ ಗಮನಕ್ಕೆ ಬಂದಿದ್ದರೂ, ಅದನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯಾ ಲಕ್ಷಣವೆಂದು ಅಂದಾಜು ಮಾಡಬಹುದಷ್ಟೆ ಗಣಿತಜ್ಞರ ಮಾತಿನಲ್ಲಿ ಇದನ್ನು ಊಹೆ ಎನ್ನಬಹುದು ಅಷ್ಟೆ. ಇದನ್ನು ಸಾಧನೆಗೆ ಒಡ್ಡದೆ ನಿಜವೆಂದು ಒಪ್ಪಿಕೊಳ್ಳಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ನೀವು ಪುರಾವೆಗಳ ಸಹಿತ ಸಾಧಿಸಿ ತೋರಿಸಿದ್ದೂ ಸಹ ನೀವು

ಉದಾಹರಣೆ ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ನೀವು ಆಧಾರಗಳನ್ನು ಇಟ್ಟುಕೊಂಡು ಸಾಧಿಸಿ ತೋರಿಸಬಹುದು. ಅದು ರೋಮಾಂಚನವಾಗಿಯೂ ಇರಬಹುದು. ಅದು ಬೇರೆ ಮಾತು. ನೀವೀಗ ಸುಮ್ಮನೆ ಊಹಿಸಲು ಶುರುಮಾಡಿ. ಆದ್ರೆ ಒಂದನ್ನಂತೂ ಮರೆಯಬಾರದು... ನಮ್ಮ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಊಹೆಯೂ ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಎನ್ನಿಸಬೇಕು. ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟೆ ಸತ್ಯವೂ ಆಗಿರಬೇಕು.

ಸರಿ ಸರಿ, ಈಗ ನೋಡೋಣ ನಿಮ್ಮಲ್ಲಿಷ್ಟು ಮಂದಿ ಸಮರ್ಥ ಪ್ರಾಣಿ ಗಣಿತಜ್ಞರಿದ್ದೀರಿ ಅಂತ. ನಿಮ್ಮ ಕಣ್ಣು ಮುಂದೆ ಇರುವ ಈ ಚಾರ್ಟ್‌ನೇ ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಇಷ್ಟು ಹೊತ್ತು ನೀವು ನೋಡಿದಿರಲ್ಲ ಮೂರು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಕೊನೆಯಿರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮವಿರುವುದನ್ನು, ಹಾಗೆಯೇ ಮತ್ತಷ್ಟು ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಿ...”

ನನ್ನ ಮಾವನ ಮಾತು ನಿಲ್ಲುತ್ತಿದ್ದಂತೆಯೇ ಆ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಗುಸುಗುಸು ಶುರುವಾಯಿತು. ಕೆಲವರು ಏನೇನೋ ಬರೆಯಲು ತೊಡಗಿದರು. ಕೆಲವರು ತಮ್ಮ ಕೈಗಳನ್ನು ಮೇಲೆತ್ತಿದರು. ನಾನೂ ಸಹ ಆ ಚಾರ್ಟ್‌ನಲ್ಲಿದ್ದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸ ಗಮನಿಸಿದೆ.

$$\begin{aligned} 1+2+3 &= 6 \\ 2+3+4 &= 9 \\ 3+4+5 &= 12 \\ 4+5+6 &= 15 \text{ ಹೀಗೆ...} \end{aligned}$$

ನಾನಿದನ್ನು ಒಂದು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ ಬರೆದು ನನ್ನ ಮಾವನಿಗೆ ಕೊಟ್ಟೆ. ಪ್ರತಿ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಮೊತ್ತ 3ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿರುವುದೆಂದು ಹೇಳಿದೆ. ನನ್ನ ಮಾವ ಅದನ್ನು ನೋಡಿ “ಅದು ಸರಿ” ಎಂಬಂತೆ ನನ್ನನ್ನು ನೋಡಿ ನಸುನಕ್ಕರು. ನನಗೆ ಹಮ್ಮೆ ಎನಿಸಿತು.

ಮಾವ ಕೈಗಳನ್ನೆತ್ತಿದವರನ್ನು ಕರೆದು ತಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದನ್ನು ವಿವರಿಸುವಂತೆ ಕೇಳಿದರು. ನನಗೆ ತುಂಬಾ ಖುಷಿಯನ್ನಿಸಿದ್ದು ಆಗ... ಏಕೆಂದರೆ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವರು ನಾನು ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನೇ ಕಂಡುಕೊಂಡಿದ್ದರು. ಕೆಲವರು ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ವಿನ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿದಿದ್ದರು. ಅದನ್ನು ಬೋರ್ಡಿನ ಮೇಲೆ ಬರೆದು ವಿವರಿಸಿದರು.

$$\begin{aligned} 1 \times 2 \times 3 &= 6 \\ 2 \times 3 \times 4 &= 24 \\ 3 \times 4 \times 5 &= 60 \\ 4 \times 5 \times 6 &= 120 \text{ ಹೀಗೆ...} \end{aligned}$$

ಮೂರು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು 6ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು 6, ಎಲ್ಲ ಮೂರು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು 6ರಿಂದ ನಿಶ್ಚೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ... ಹೀಗೆ.

ನಿಜಕ್ಕೂ ನನ್ನ ಮಾವನಿಗೆ ತುಂಬಾ ಸಂತೋಷವಾಗುತ್ತಿತ್ತು. ಈ ಗಣಿತ ಸಂಘದ ಎಳೆಯರ ಉತ್ಸಾಹವನ್ನು ಅಭಿನಂದಿಸುತ್ತಾ, ಅವರ ಅನ್ವೇಷಣೆಗಳನ್ನು ವಿಶ್ಲೇಷಿಸುತ್ತಾ

ಇರಬೇಕಾದರೆ ಅವರ ಎಡಗಡೆಗೆ ಕೂತಿದ್ದವರಲ್ಲಿ ಮೂವರು ತಮ್ಮ ಕೈಗಳನ್ನು ಮೇಲೆತ್ತಿದ್ದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದರು. ಆ ಕಡೆ ನೋಡಿದಾಗ ಮೂವರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಎದ್ದು ನಿಂತು ತಾವು ಮತ್ತೊಂದು ರೀತಿಯ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಿರುವುದಾಗಿಯೂ... ಅವು ಈ ಮೊದಲಿನದಕ್ಕಿಂತ ಬೇರೆ ರೀತಿಯೇ ಇರುವುದಾಗಿಯೂ ಹೇಳಿದರು. ಆ ಮೂವರನ್ನು ಬೋರ್ಡಿನ ಬಳಿ ಕರೆದು ತಮ್ಮ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಬರೆಯಲು ಮಾವ ಹೇಳಿದರು. ಅವರು ಹೀಗೆ ಬರೆದರು..

$$\begin{aligned} &\text{ಒಬ್ಬ...} \\ 1 \times 3 &= 2 \times 2 - 1 \\ 2 \times 4 &= 3 \times 3 - 1 \\ 3 \times 5 &= 4 \times 4 - 1 \\ 4 \times 6 &= 5 \times 5 - 1 \text{ ಹೀಗೆ...} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{ಇನ್ನೊಬ್ಬ} \\ 1 \times 3 + 1 &= 2 \times 2 \\ 2 \times 4 + 1 &= 3 \times 3 \\ 3 \times 5 + 1 &= 4 \times 4 \\ 4 \times 6 + 1 &= 5 \times 5 \text{ ಹೀಗೆ...} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{ಮತ್ತೊಬ್ಬ} \\ 1 \times 3 \text{ ಅನ್ನೋದು } 2 \times 2 \text{ ಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಕಡಿಮೆ...} \\ 2 \times 4 \text{ ಅನ್ನೋದು } 3 \times 3 \text{ ಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಕಡಿಮೆ...} \\ 3 \times 5 \text{ ಅನ್ನೋದು } 4 \times 4 \text{ ಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಕಡಿಮೆ...} \\ 4 \times 6 \text{ ಅನ್ನೋದು } 5 \times 5 \text{ ಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಕಡಿಮೆ...} \end{aligned}$$

ಅವರಲ್ಲೊಬ್ಬನನ್ನು ತನ್ನ ಸಂಶೋಧನೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸುವಂತೆ ಕೇಳಿದರು. ಅವನು ಹೇಳಿದ “ಈ ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಚಿನೆರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಕಡಿಮೆಯಿರುತ್ತದೆ.” ಛೇ! ಇದನ್ನು ನಾನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲಿಲ್ಲವಲ್ಲ ಎಂದು ಕೈ ಕೈ ಹಿಸುಕಿಕೊಂಡೆ. ನನಗೆ ಸ್ವಲ್ಪ ಅಸೂಯೆಯೂ ಆಯಿತು.

ನನ್ನ ಮಾವ ಆ ಮೂವರನ್ನೂ ಮೆಚ್ಚುಗೆಯಿಂದ ಬೆನ್ನುತಟ್ಟಿ ಅಲ್ಲಿದ್ದವರನ್ನೆಲ್ಲಾ ಕೇಳಿದರು. “ನೀವು ಇದುವರೆಗೂ ಕಂಡುಹಿಡಿದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಲ್ಲಿ ಅತಿ ವಿಶಿಷ್ಟವಾದುದು ಯಾವುದೆಂದು ಅನಿಸುತ್ತಿದೆ” ಎಲ್ಲರೂ ಒಟ್ಟಿಗೆ ಕಿರುಚಿದರು ಎರಡನೆಯದು... ಎರಡನೆಯದು. “ಸರಿ... ಸರಿ, ವಿಶಿಷ್ಟವಾದ ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನೇನೋ ಕಂಡುಹಿಡಿದಿರಿ. ಆದರೆ ಅದಕ್ಕಿಂತಲೂ ಉತ್ತಮವಾದ, ಇನ್ನಷ್ಟು ಉತ್ಕೃಷ್ಟವಾದ ಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದರಲ್ಲಿ ಅನ್ವೇಷಣೆಯ ರೋಚಕತೆ ಇದೆ” ಹೀಗೆ ಹೇಳುತ್ತಲೆ ನನ್ನ ಮಾವ ಅಲ್ಲಿದ್ದವರ ಮನಸ್ಸುಗಳಿಗೆಲ್ಲಾ ಹೊಸದನ್ನು ಅನ್ವೇಷಿಸುವ ಹಂಬಲ ಹುಟ್ಟುವಂತೆ ಮಾಡಿಬಿಟ್ಟರು.

ಆ ನಂತರ ಅವರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳೆಲ್ಲರನ್ನೇ ಮತ್ತಷ್ಟು ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ, ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳ ಸಹಿತ ಗುರುತಿಸುವುದು ಅತೀ ಮುಖ್ಯ ಎಂದು ಹೇಳಿದರು. ಸರಿ, ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಗುಣಕಗಳು, ಅಪವರ್ತನಗಳು, ಭಾಜ್ಯ - ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳು, ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ - ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೇಳುತ್ತಾ

ಅವುಗಳನ್ನು ಅರ್ಥ ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುವ ಕ್ರಮಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿದರು. ಪೂರ್ವಪದ, ಉತ್ತರಪದ ಎಂದರೇನೆಂದು ಅರ್ಥಸಹಿತ ವಿವರಿಸಿದರು. ಇವನ್ನೆಲ್ಲಾ ಅರ್ಥೈಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಂಖ್ಯಾ ಲೋಕದಲ್ಲಿ ಸಂವಹನ ಸಾಧಿಸಲು ಭಾಷೆಯೂ ಮುಖ್ಯ ಎಂದು ಹೇಳಿದರು. 1000ದವರೆಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೂ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಲು ಹೇಳಿದರು. ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದಲ್ಲಿ 1000ದವರೆಗೂ ಮಾಡಬಹುದೆಂದು ತಿಳಿಸಿದರು. ಹೀಗೆ ಮಾತಾಡುತ್ತಿರುವಾಗ ಆ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ಕೈ ಮೇಲೆ ಹೋಯಿತು. ಮಾವ ತಕ್ಷಣ ಹೇಳುವುದನ್ನು ನಿಲ್ಲಿಸಿ ಆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಯನ್ನು ಇನ್ನೇನಾದರೂ ವಿಶಿಷ್ಟ ಸಂಶೋಧನೆ ಮಾಡಿದೆಯಾ ಎಂದು ಕೇಳಿದರು. ಅವನು ಒಂದು ವಿಚಿತ್ರ ವಿದ್ಯಾಸವನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ್ದನ್ನು ಹೇಳಿದ. “ $1+2+3=1 \times 2 \times 3$  ಆಗುತ್ತೆ  $2+3+4=2 \times 3 \times 4$  ಆಗೋಲ್ಲ, ಅಲ್ಲವಾ ಸಾರ್ ?” ಎಂದ.

ಭಲೇ ಎಂದರು ನನ್ನ ಮಾವ... ಇದೇ ವೈಚಿತ್ರ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಇನ್ನಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಬಹುದೇ ಎಂದು ಕೇಳಿದರು. ಆ ಹುಡುಗ “ಯಾವುವೂ ಸಿಗಲಾರದು ಎನಿಸುತ್ತದೆ” ಎಂದ. “ನೋಡು ಅವು ತ್ರಿವಳಿಗಳೇ ಆಗಿರಬೇಕೆಂದೇನೂ ಇಲ್ಲ..., ಕೇವಲ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದರೆ ಸಾಕು. ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮೊತ್ತ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮನಾಗಿರುವಂತಹ ವೈಚಿತ್ರ್ಯವನ್ನು ಹುಡುಕಬಹುದಲ್ಲವೇ” ಎಂದು ನನ್ನ ಮಾವ ಆ ಹುಡುಗನನ್ನು ಕೇಳಿದರು. “ಇದಕ್ಕೆ ನಾನು ನನ್ನ ಉಪಾಧ್ಯಾಯರ ಸಹಾಯ ಪಡೆಯಬೇಕಾಗುವುದರಿಂದ ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಯ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ” ಎಂದು ಆ ಹುಡುಗ ಹೇಳಿದ. ನನ್ನ ಮಾವ 1, 2, 4, 7 ಮತ್ತು 14 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮಾಡಿನೋಡು ಎಂದರು. ಅದೇ ರೀತಿ ಮಾಡಿದ ಆ ಹುಡುಗ ಅದರಲ್ಲಿನ ವೈಚಿತ್ರ್ಯವನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಇನ್ನು ಮುಂದೆ ತಾನೇ ಸ್ವತಃ ಇನ್ನಷ್ಟು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದಾಗಿ ಹೇಳಿದ.

ಅವನ ಬೆನ್ನು ತಟ್ಟಿ ನನ್ನ ಮಾವ ಮತ್ತೆ ಮುಂದುವರಿಸಿದರು. ನೀವು ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೆಚ್ಚು ಹೆಚ್ಚು ಗುರುತಿಸಿದಂತೆ ಈ ವೈಚಿತ್ರ್ಯಗಳೇ ಅವುಗಳ ಲಕ್ಷಣಗಳೆಂಬುದು ನಿಮಗೆ ಅರಿವಾಗುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲಿ ನೆರೆದಿದ್ದ ಎಲ್ಲರಂತೆ ನನಗೂ ನನ್ನ ಮಾವನ ಬಗ್ಗೆ ಹೆಮ್ಮೆಯೆನಿಸಿತು.

ಇನ್ನೊಬ್ಬ ಹುಡುಗ ಕೇಳಿದ “ಅಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು ?” ಮಾವ ವಿವರಿಸಿದರು  $1+2+3=6$ ,  $1+2+4+7+14=28$ . ಇಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸು 1, 2, 3 ಇವು 6ರ ಸರಿಯಾದ ಅಪವರ್ತನಗಳು. ಹಾಗೆಯೇ 1, 2, 4, 7 ಮತ್ತು 14 ಇವು 28ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು. 6 ಮತ್ತು 28 ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅವುಗಳ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ. “ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಏನೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ ಅಂಕಲ್ ?” ಮತ್ತೊಬ್ಬ ಹುಡುಗನ ಪ್ರಶ್ನೆ. “ಪರಿಪೂರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು” (Perfect Numbers) ತಕ್ಷಣ ಮಾವ ಉತ್ತರಿಸಿದರು.

ಉಪನ್ಯಾಸದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಅಂದು ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ವಿದ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹುಡುಕುವ ಚಟುವಟಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದ ಎಲ್ಲರನ್ನೂ ಅಭಿನಂದಿಸಿದ ಮಾವ, ಆಸಕ್ತಿ ಮತ್ತು ಕುತೂಹಲದಿಂದ ಉಪನ್ಯಾಸ ಕೇಳಿದ ಎಲ್ಲರಿಗೂ ಹೃತ್ಪೂರ್ವಕ ಧನ್ಯವಾದ ಅರ್ಪಿಸಿದರು. “ಸ್ವಲ್ಪ ತಾಳ್ಮೆ, ತೀವ್ರ ಕುತೂಹಲ ಮತ್ತು ಆಸಕ್ತಿಗಳಿದ್ದರೆ ನೀವೆಲ್ಲರೂ ಗಣಿತಜ್ಞರಾಗುವತ್ತ ಪುಟಾಣಿ ಹೆಜ್ಜೆಗಳನ್ನಿಡಬಹುದು” ಎಂದು ಹೇಳಿ ತಾವು ತಂದಿದ್ದ ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ಆ ಗಣಿತ ಸಂಘಕ್ಕೆ ಕೊಡುಗೆಯನ್ನಾಗಿ ನೀಡಿದರು.

ಮನೆಗೆ ವಾಪಸ್ಸು ಬರುವಾಗ ಆ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ನನಗಿಂತ ಚೆನ್ನಾಗಿ ವಿಶಿಷ್ಟ ವಿದ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದವರ ಬಗ್ಗೆ ನನಗೆ ಅಸೂಯೆಯುಂಟಾದುದನ್ನು ಹೇಳಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಶನಿವಾರ, ಭಾನುವಾರ ನಿಮ್ಮ ಮನೆಗೆ ಬಂದು ನಿಮ್ಮೆದುರೇ ಕೂತು ಹೊಸ ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದೇ ಎಂದೂ ಕೇಳಿದೆ. ನನ್ನ ಮಾವ ತುಂಬ ಸಂತೋಷದಿಂದ “ಖಂಡಿತವಾಗಲೂ ಬಾ... ನಿನಗೋಸ್ಕರ ನಾನೂ ಸ್ವಲ್ಪ ಸಮಯ ಬಿಡುವು ಮಾಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇನೆ” ಎಂದು ಆಶ್ವಾಸನೆಯನ್ನು ನೀಡಿದರು.

ಅಂದಿನಿಂದ ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ನನ್ನ ವಿಹಾರ ಪ್ರಾರಂಭವಾಯಿತು. ಈ ಅಲೆದಾಟದಲ್ಲಿ ನನ್ನ ಮಾವನೊಂದಿಗಿನ ಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಅಕ್ಷರಶಃ ಇಲ್ಲಿ ಬರೆದಿದ್ದೇನೆ. ಇದರಿಂದ ನಿಮಗೂ ನನ್ನ ಅನ್ವೇಷಣೆಗಳ ಲಾಭ ಸಿಗಬಹುದು ಎಂದುಕೊಂಡಿದ್ದೇನೆ. ನೀವು ನನ್ನ ಜೊತೆ ಸೇರುವಿರಲ್ಲಾ...?



## ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಧಗಳು

ನನ್ನ ಮಾವನಜೊತೆ ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿನ ಸುತ್ತಾಟದ ಮೊದಲ ಭಾನುವಾರ. ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಅವುಗಳ ವಿಧಗಳು ನನಗೆಷ್ಟು ತಿಳಿದಿದೆ ಎಂದು ನನ್ನ ಮಾವ ಪರಿಶೀಲಿಸಿದರು. ಇದರಿಂದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳೊಂದಿಗೆ ಗುರುತಿಸುವುದು ನನಗೆ ಇನ್ನಷ್ಟು ಸಲಿಸಾಯಿತು.

### ಸರಿ - ಬೆಸ

ಒಂದಷ್ಟು ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ನನ್ನ ಕೈಗಿತ್ತ ಮಾವ, ಅದನ್ನು ಎಣಿಸದೆ ಅದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿದೆಯೋ ಅಥವಾ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿದೆಯೋ ಹೇಳಬೇಕೆಂದರು. ನನಗದು ಗೊತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ ತಿಳಿದುಕೊಂಡು ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ನೋಡಿ, ಆ ಇಡೀ ಸಂಖ್ಯೆ ಸರಿಯೋ, ಬೆಸವೋ ಎಂದು ಹೇಳುವುದಷ್ಟೇ ನನಗೆ ಗೊತ್ತಿದ್ದುದು. ಕೊನೆಗೆ ನನ್ನ ಮಾವನೇ ಆ ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಎರಡೆರಡರಂತೆ ಜೋಡಿಯಾಗಿ ಇಟ್ಟು ನೋಡು ಎಂದರು. ನಾನು ಹಾಗೆಯೇ ಮಾಡುತ್ತಾ ಹೋದೆ. ಅರೆ... ಏನಾಶ್ಚರ್ಯ...! ಎರಡೆರಡು ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಜೋಡಿ ಮಾಡಿದಾಗ ಸರಿಯಾಗಿ ಜೋಡಿಯಾದ



ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯ ಗೋಲಿಗಳೂ, ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಗೋಲಿ ಉಳಿದ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯ ಗೋಲಿಗಳೂ ಇರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿದೆ. ನಂತರ ಮಾವನನ್ನು ಕೇಳಿದೆ. “ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬಿಡಿಸ್ಥಾನದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆ 2ರ ಗುಣಕವೋ, ಅಲ್ಲವೋ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಂಡರೆ... ಆ ಸಂಖ್ಯೆ ಸರಿಯೋ ಬೆಸವೋ ಹೇಳಬಹುದಲ್ಲವೇ ಮಾವ...?”

“ಅದು ಸರಿ... ಸ್ವಲ್ಪ ಇದುವರೆಗಿನ ನಿನ್ನ ಎಣಿಕೆ ಯಾವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿತ್ತು ಅಂದರೆ ಯಾವ ಪದ್ಧತಿಯ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ ಎಣಿಸಿದೆ ಹೇಳು ?” ಎಂದರು ಮಾವ.

“ದಶಮಾನ ಪದ್ಧತಿ” ನಾನೆಂದೆ. ಆಗ ನನ್ನ ಮಾವ 12 ಎಂಬ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಪ್ತಮಾನದಲ್ಲಿ (ಎಳರ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ) ಬರೆಯಲು ಹೇಳಿದರು. ಒಂದೂ ಐದು ಆಧಾರ ಎಳು - 15<sub>(7)</sub> - ಎಂದು ಹೇಳಿದೆ.

ನನ್ನ ಮಾವ ಈ ಸರಿ ಬೆಸ ತಿಳಿಯಲು ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿ ಮಾಡುವುದು ಸರಿಯಾದ ಕ್ರಮ ಎಂದು ಏಕೆ ಹೇಳಿದರೆಂದು ನಾನೀಗ ತಿಳಿದುಕೊಂಡೆ ಎರಡೆರಡು ವಸ್ತುಗಳನ್ನು ಜೋಡಿ ಮಾಡುವುದು ಯಾವೊಂದು ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿರಿಸಿಕೊಂಡಿಲ್ಲ. “ಈಗ ಹೇಳು... ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಎರಡರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದೋ, ಇಲ್ಲವೋ ಎಂಬುದು ಮಾತ್ರವೇ ಸರಿ-ಬೆಸ ತಿಳಿಯಲು ಇರುವ ದಾರಿಯೇ...” ಮಾವ ನನ್ನನ್ನೇ ಗಮನಿಸುತ್ತಿದ್ದರು.

‘0’ ಯಿಂದ ‘100’ರವರೆಗಿನ ಸರಿ-ಬೆಸ ಎರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಬರೆಯಲು ಮಾವ ಹೇಳಿದರು. ಇದೇನೂ ಅಂತ ಕಷ್ಟದ್ದಲ್ಲ. ದಶಮಾನ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿದ್ದ ಈ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲ 0, 2, 4, 6 ಮತ್ತು 8ರಿಂದ ಕೊನೆಗೊಂಡಿದ್ದವು. ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳು 1, 3, 5, 7 ಮತ್ತು 9ರಿಂದ ಕೊನೆಗೊಂಡಿದ್ದವು.

	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	
	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	
	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	
	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80
61	63	65	67	69	71	73	75	77	79	
	82	84	86	88	90	92	94	96	98	100
81	83	85	87	89	91	93	95	97	99	

“ಒಂದಷ್ಟು ವಸ್ತುಗಳ ಗುಂಪನ್ನು ಒಂದೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲಿಕ್ಕಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಅನ್ನುವಂತಹುದು ಯಾವುದಾದರೂ ಇದೆಯೇ...?”



ಮಾವ ಕೇಳಿದ ತಕ್ಷಣ ಹೇಳಿದೆ “ಅಂತಹುದು ಯಾವುದೂ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.”

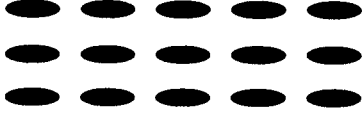
“ಭಾಗ ಮಾಡಿದಾಗ...?” ಮಾವನ ಪ್ರಶ್ನೆ..

ಸ್ವಲ್ಪ ಹಿಂಜರಿಯುತ್ತಲೇ ನಾನು ಹೇಳಿದೆ, “1. ಇದು ಯಾವುದೇ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನ.. ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಪವರ್ತನವೂ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.”

ಮಾವ “ಅಪವರ್ತನ ಎಂದ ಕಡೆ ಗುಣಕ ಎಂದು ತಿದ್ದಿಕೋ” ಎಂದರು.

ನಾನು ಮತ್ತೆ ಹೇಳಿದೆ “ಯಾವುದೇ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ 1ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಕವೂ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.”

ಈಗ ಅವರು ಅಲೈರಾದಲ್ಲಿದ್ದ ಒಂದು ಬಟ್ಟಲನ್ನು ಅದರೊಳಗಿನ ಬಾಟಲಿಗಳ ಮುಚ್ಚಳಗಳ ಸಮೇತ ನೀಡಿದರು. ಆ ಮುಚ್ಚಳಗಳನ್ನು ಆಯತಾಕಾರದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲು ಹೇಳಿದರು. ಅರ್ಥವಾಗದೆ ಸುಮ್ಮನೆ ನಿಂತಿದ್ದೆ. ಕೊನೆಗೆ ಅವರೇ ಹೇಗೆ ಜೋಡಿಸಬೇಕೆಂದು ವಿವರಿಸಿದರು. ಅವುಗಳನ್ನು ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ, ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ, ಪ್ರತಿ ಸಾಲಿನಲ್ಲೂ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಲು ಹೇಳಿದರು. ನಾನು ಹಾಗೆಯೇ ಜೋಡಿಸಿದೆ.



“ಸರಿ ಈಗ ಈ ಮುಚ್ಚಳಗಳನ್ನು ಎಣಿಸು”

“ಹದಿನೈದು”

“ಅಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಅಡ್ಡಸಾಲು ಇದೆ?”

“ಮೂರು”

“ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಮುಚ್ಚಳಗಳಿವೆ”

“ಐದು”

“ಒಂದು ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಐದರಂತೆ ಮೂರೂ ಅಡ್ಡಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಹದಿನೈದು ಮುಚ್ಚಳ ಕಾಣುತ್ತಿಲ್ಲವೇ-?”

“ಅರೆ-! ಹೌದಲ್ಲಾ, ಹಾಗಾದರೆ 15 ಗುಣಕವಾದರೆ 5 ಮತ್ತು 3 ಅದರ ಅಪವರ್ತನಗಳು”

“ಅದೇ ನೋಡು, 15 ಅನ್ನುವುದು 5 ಮತ್ತು 3ರ ಗುಣಲಬ್ಧವೂ ಹೌದು. 5 ಹಾಗೂ 3, 15ರ ಅಪವರ್ತನಗಳೂ ಹೌದು.”

“ಒಂದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಗುಣಕವಾಗಬಹುದೆ ?”

“ಹೌದು.. ಅದು 2ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ”

“ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ...?”

“ಅದೂ ಸಾಧ್ಯ... 21 ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಇದು 7ರ ಗುಣಕ ಅಲ್ಲವೇ ?”

“ನಿಜವೇನೆಂದರೆ, ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ 1ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಪವರ್ತನವೂ ಆಗಿರುತ್ತದೆ”

“ಹೌದು ಗೊತ್ತಾಯಿತು ಮಾವ”

“ಸರಿ ಹಾಗಾದರೆ ಸರಿ ಮತ್ತು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳೆರಡಕ್ಕೂ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಒಂದು ಅಪವರ್ತನ ಯಾವುದು?”

“ನನಗೆ ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದ್ದನ್ನ ನಾನು ಹೇಗೆ ಹೇಳಲಿ ?”

“ಯಾಕೆ ಗೊತ್ತಿಲ್ಲ”

“ಅರೆ ! ಗೊತ್ತಾಯಿತು... ಗೊತ್ತಾಯಿತು... ಅದು 1. ಸರಿಯಾ ಮಾವ...?”

“ಅದು ಸರಿ. ಒಂದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಎರಡಕ್ಕೂ ಸಾಮಾನ್ಯವಾದ ಒಂದೇ ಅಪವರ್ತನ ಇದ್ದೇ ಇರುತ್ತದೆ ಅದು ಯಾವುದು ಎಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತಲ್ಲವೇ ?”

“ಹೌದು ಮಾವ, ಅದು ಸಾಧ್ಯವಿರುವುದು 1ಕ್ಕೆ ಮಾತ್ರ”

“ಸರಿ ಹಾಗಾದರೆ 1ನ್ನು ಅಪವರ್ತನವಾಗುಳ್ಳ ಒಂದು ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯ ಉದಾಹರಣೆ ಕೊಡುವೆಯಾ ?”

“ಒಹೋ... 2 ಮತ್ತು 3”

“ಇನ್ನೊಂದು...?”

“3 ಮತ್ತು 4”

“ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅನುಕ್ರಮವಾಗೇ ಇರಬೇಕು ಅಂದುಕೊಂಡಿದ್ದೀಯಾ...?”

“ಹಾಗೇನಿಲ್ಲ ಮಾವ, ಅದು ಸುಲಭ ಅಂತ ಹಾಗೆ ಹೇಳಿದೆ ಅಷ್ಟೆ”

“ತುಂಬಾ ಒಳ್ಳೆಯದು. ಸರಿ ಹಾಗಾದರೆ ಮತ್ತೆ ಮುಂದಿನ ಭಾನುವಾರ ಭೇಟಿಯಾಗೋಣ”

ನಾನು ಮಾವನಿಂದ ಬಾಟಲಿಯ ಮುಚ್ಚಳಗಳನ್ನು ಕೇಳಿ ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಮನೆಗೆ ಬಂದೆ.

### ಭಾಜ್ಯ (Divisible) ಮತ್ತು ಅವಿಭಾಜ್ಯ (Prime) ಸಂಖ್ಯೆಗಳು:

ಈ ವಾರವೆಲ್ಲಾ ಮುಚ್ಚಳಗಳನ್ನು ಆಯತಾಕಾರವಾಗಿ ಜೋಡಿಸುತ್ತಲೇ ಕಳೆದೆ. ಎಷ್ಟೋ ರೀತಿಯ ಆಯತಾಕಾರಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದೆ. ಆದರೆ ಕೆಲವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಆಯತಾಕಾರ ರಚನೆಯಾಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಹೀಗಾದಾಗ ಅವನ್ನು ಒಂದು ಅಡ್ಡಸಾಲೋ ಕಂಬಸಾಲೋ ಆಗಿ ಮಾತ್ರ ಜೋಡಿಸಬಹುದಿತ್ತು ಅಷ್ಟೆ. ವಾರದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಮಾವನ ಮನೆಗೆ ಹೋದಾಗ ನನ್ನ ಅನುಭವಗಳನ್ನು ಅವರಿಗೆ ಹೇಳಿದೆ “ಕೆಲವು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಏನು ಮಾಡಿದರೂ ಆಯತಾಕೃತಿ ಜೋಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವೇ ಇಲ್ಲ. ಏಕೆ ಹೀಗೆ...?” ಎಂದು ಕೇಳಿದೆ.

“ಹಾಗೆ ಜೋಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗದ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಕೇವಲ ಎರಡು ಅಪವರ್ತನಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ 7 ಅಂತಹ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದಕ್ಕಿರುವುದು ಎರಡೇ ಅಪವರ್ತನಗಳು... 1 ಮತ್ತು 7 ಮಾತ್ರ. ಇಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆನ್ನುವರು. ಇವಕ್ಕೆ ‘ಅಪರಿಮೇಯ’ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎನ್ನುವ ಪದವೂ ಇದೆ. ಆಯತ ಜೋಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಾಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆನ್ನುವರು.” ಎಂದರು ಮಾವ.

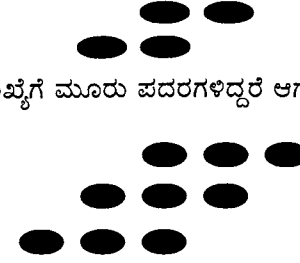
“ಓ...! ನನಗರ್ಥವಾಯಿತು ಮಾವ... ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಎರಡು ಅಪವರ್ತನ ಮಾತ್ರ





		25		50		75		100
		24		49		74		99
		23		48		73		98
		22		47		72		97
		21		46		71		96
		20		45		70		95
		19		44		69		94
		18		43		68		93
		17		42		67		92
		16		41		66		91
		15		40		65		90
		14		39	64			89
		13		38		63		88
		12		37		62		87
		11		36		61		86
		10		35		60		85
		9		34		59		84
8				33		58		83
		7		32		57		82
		6		31		56		81
		5		30		55		80
		4		29		54		79
		3		28		53		78
	2		27			52		77
1				26		51		76

ಒಂದು ವೇಳೆ ಘನಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಮೂರು ಪದರಗಳಿದ್ದರೆ ಆಗ ಹೇಗೆ ಜೋಡಿಸುವೆ ?



ನಾನು ಜೋಡಿಸಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಅಡ್ಡಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ಮುಚ್ಚಳ ಪ್ರತಿ ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ಮುಚ್ಚಳ ಮತ್ತೆ ಅವುಗಳ ಮೇಲೆಯೂ ಅಷ್ಟೇ ಪದರಗಳಿರುವಂತೆ ಜೋಡಿಸಿದೆ.

“ನೀನು ಜಾಣ! ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯು ಎರಡು ಸಮಾನ ಅಪವರ್ತನಗಳಿಂದ ಬಂತು. ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಘನಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಎಷ್ಟು ಸಮಾನ ಅಪವರ್ತನಗಳಿವೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಲ್ಲೆಯಾ...?”

ನಾನು ತಕ್ಷಣ ಉತ್ತರಿಸಿದೆ. “ಮೂರು,  $8=2 \times 2 \times 2$ ,  $27=3 \times 3 \times 3$  ಹೀಗೆ”

“ಒಳ್ಳೆಯದು ಸಂಖ್ಯೆ 1ನ್ನು ಘನಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನಬಹುದಾ...?”

“ $1 \times 1 \times 1 = 1$  ಆಗುವುದರಿಂದ 1ನ್ನು ಘನಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದೂ ಕರೆಯಬಹುದು ಅಲ್ಲಾ ಮಾವ..?”

“ಖಂಡಿತಾ ಸರಿ. ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಯಾದರೂ, ಒಂದೇ ಸಮಾನವಾದ ಮೂರು ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಎಂದಾದರೆ ಅದನ್ನು ಘನಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನುವರು. ಈಗ ನೋಡು 8 ಎನ್ನುವುದು 2ರ ಘನ. ಈ 2 ಅನ್ನುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಹೇಗೆ 8ಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸುತ್ತೆ ಗೊತ್ತಾ..?”

“ $2 \times 2 = 4$ , ಅಂದರೆ 2ರ ವರ್ಗ 4 ಎಂದಾಯಿತು. ಆದ್ದರಿಂದ 2 ಎನ್ನುವುದು 4ರ ವರ್ಗಮೂಲ ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗೆಯೇ  $2 \times 2 \times 2 = 8$ . ಅಂದರೆ 2ರ ಘನ 8. ಆದ್ದರಿಂದ 2 ಎನ್ನುವುದು 8ರ ಘನಮೂಲ ಆಗುತ್ತದೆ. ಅಲ್ಲಾ ಮಾವ...?”

“ಖಂಡಿತಾ ನೀನು ಹೇಳಿದ್ದು ಸರಿ. ಈಗ 100ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಿಮಾಡು. ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳಿದ್ದು ಒಂದು ಸಾಲು, ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಲ್ಲದವು ಒಂದು ಸಾಲು... ಬೇಗ... ಬೇಗ...”

ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿದಂತೆಯೇ, ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿದೆ. ಆ ಪಟ್ಟಿ ಇಲ್ಲಿದೆ(ಹಿಂದಿನ ಪುಟ) ನೋಡಿ. ಇಲ್ಲಿ ಮಧ್ಯಂತರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ತುಂಬಾ ದೂರ ದೂರವಿದ್ದವು. ಮೊದಲ ಘನಸಂಖ್ಯೆ ಎರಡನೇ ಘನಸಂಖ್ಯೆಯ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 6. ಎರಡನೆಯದು ಮತ್ತು ಮೂರನೆಯದರ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 18. ನಂತರ 36, 66, 90 ಹೀಗೆ. ಇನ್ನೊಂದು ವಿಶೇಷವೆಂದರೆ ಇವೆಲ್ಲವೂ 6ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿದ್ದವು.

“ಸರಿ ಈಗ 1000ರವರೆಗಿನ ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡು. ಹೇಗೆ ಮಾಡಬಹುದು ಗೊತ್ತೆ ನಿನಗೆ.. ?”

“ಹೌದು ಮಾವ.. ಮೂರು ಸಮಾನ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದರ ಮೂಲಕ ಮಾಡಬಹುದು.”

“ಸರಿ. ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡು.”



“ಸರಿ, ಮುಚ್ಚಳಗಳಿಂದ ಈ ರಚನೆ ಮಾಡದೆ ಇದರ ಮುಂದಿನ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಳಿಯಾ...”

“ನಾನು ಲೆಕ್ಕ ಹಾಕಿದೆ, ಮೊದಲನೇ ಸಂಖ್ಯೆ 3. ಅದಕ್ಕೆ 3 ಸೇರಿಸಿದರೆ 6. ಇದಕ್ಕೆ 4 ಸೇರಿಸಿದರೆ 10. ಇದಕ್ಕೆ 5 ಸೇರಿಸಿದರೆ 15.  $15+6=21$ ,  $21+7=28$ , ಹಾಗಾದರೆ  $28+8=36$  ಮತ್ತು  $36+9=45$  ಸರಿಯಾ ಮಾವ...”

“ಜಾಣ... ನಿನ್ನ ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಸರಿ. ಈಗ 1 ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಯೋ... ಅಲ್ಲವೋ... ಹೇಳು?”

ಈಗ ಇದೇ ಸಂಖ್ಯಾ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಹೋಗಿ ನೋಡುವಾ ಎಂದುಕೊಂಡು ಹೀಗೆ ಮಾಡುತ್ತಾ ಹೋದ.  $45-9=36$ ,  $36-8=28$ ,  $28-7=21$ ,  $21-6=15$ ,  $15-5=10$ ,  $10-4=6$ ,  $6-3=3$ ,  $3-2=1$ .

“ಅರೆ... 1 ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆ..!”

ಮಾವ ನನ್ನ ಬೆನ್ನು ತಟ್ಟುತ್ತಾ... “ನೀನು ಉತ್ತರ ಪಡೆದ ರೀತಿ ತುಂಬಾ ಚೆನ್ನಾಗಿದೆ... ಒಳ್ಳೆಯದು. ಈಗ 1ರಿಂದ 100ರ ವರೆಗಿನ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡು. ಒಂದರಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇನ್ನೊಂದರಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜವಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಇತ್ತೀಚೆಗೆ ನೀನು ಬೇಗ ಬೇಗ ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡೋದನ್ನ ಕಲಿತಿದ್ದೀಯಾ... ಬೇಗ ಬೇಗ ಈ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನೂ ಮಾಡು”

ಈ ಬಾರಿ ನನಗೆ ಇದು ಕಷ್ಟವೆನಿಸಲಿಲ್ಲ ಒಂದು ಹಂತವಾದ ಮೇಲೆ ಈ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವಿದ್ಯಾಸ ನನಗೆ ಅರ್ಥವಾಯಿತು. ಈ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ ಅತ್ಯಂತ ಸರಳವಾದದ್ದು. 1ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಷ್ಟೇ. ನೋಡಿ ಈ ಪಟ್ಟಿ ಇಲ್ಲಿದೆ.

ಇದನ್ನು ಬರೆಯುವಷ್ಟರಲ್ಲಿ ಮಾವ ಕೇಳಿದರು “ಒಂದು ರಸಪ್ರಶ್ನೆ ಕೇಳಲಾ...”

“ಕೇಳಿ ಮಾವ ” ನಾನು ಖುಷಿಯಾಗೇ ಹೇಳಿದೆ.

“1ರ ನಂತರ ಸಿಗುವ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆ ಎರಡೂ ಆಗಿರುವ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ?”

“ನಾನು ಮಾಡಿಟ್ಟಿದ್ದ ಪಟ್ಟಿಗಳನ್ನು ನೋಡಿ ಹೇಳಿದೆ “36”

“ಸರಿ 1ರಿಂದ 100ರೊಳಗೆ ಎಷ್ಟು ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ ?”

“ಹನ್ನೆರಡು”

“ಸರಿ.. ಈಗ ಮೊದಲನೇ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆ 1. ಎರಡನೆಯದು 3, ಮೂರನೆಯದು 6, ನಾಲ್ಕನೆಯದು 10... ಇದು ನಿನಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆ. ನಾನೇನಾದರೂ ಇಪ್ಪತ್ತನೇ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ಎಂದು ಕೇಳಿದರೆ ಹೇಗೆ ಕಂಡುಹಿಡೀತೀಯಾ...”

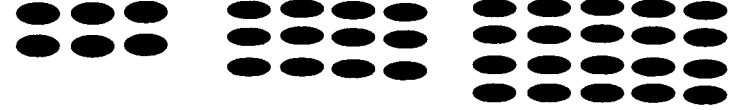
“ಸ್ವಲ್ಪ ಇರಿ ಮಾವ... ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿ ಹೇಳೋನಿ”

ಕ್ರ. ಸಂಖ್ಯೆ	ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆ
1	1
2	3
3	6
4	10 ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ.

ನನಗನ್ನಿಸುವಂತೆ ನಾನು ಹೀಗೆ ಕೂಡುತ್ತಾ ಹೋಗಬೇಕೆನ್ನಿಸುತ್ತಿದೆ...

1ಕ್ಕೆ 2ನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ 3. 3ಕ್ಕೆ 3ನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ 6. 6ಕ್ಕೆ 4ನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ 10. 10ಕ್ಕೆ 5ನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ 15. 15ಕ್ಕೆ 6ನ್ನು ಕೂಡಿದರೆ 21. ಹೀಗೆ ನಾನು 20ನೇ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುವವರೆಗೂ... ಕೂಡುತ್ತಾ ಹೋಗಬೇಕು. ಹೀಗಲ್ಲದೆ ಇನ್ನೂ ಸುಲಭವಾಗಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ವಿಧಾನ ಏನಾದರೂ ಇದೆಯೇ...? ಎಂದು ಯೋಚಿಸುತ್ತಿದ್ದೆ.

ಆಗ ನನ್ನ ಮಾವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮುಚ್ಚಳಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಿ ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇನ್ನೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಜೊತೆಯಲ್ಲಿಯೇ ತಲೆಕೆಳಗಾಗಿ ಜೋಡಿಸಿ ಗಮನಿಸಲು ಹೇಳಿದರು. ನಾನು ಅದೇ ರೀತಿ ಮಾಡಿದೆ.



“ಅರೆ. ಈಗೊಂದು ಆಯತ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಿಕ್ಕಿದೆ”

“ನಿನಗೆ ಅದರಲ್ಲೇನಾದರೂ ವಿಶೇಷತೆ ಕಾಣುತ್ತಿದೆಯೇ...”

ನಾನು ಸುಮ್ಮನೇ ಇದ್ದೆ.

“ನೋಡು ಅಲ್ಲಿರುವ ಅಡ್ಡಸಾಲು ಮತ್ತು ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಗಮನಿಸು”

“ಅರೆ... ! ಈ ಆಯತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಅಡ್ಡಸಾಲು ಮತ್ತು ಕಂಬಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ ಮಾವ... ! ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಏನಾದರೂ ವಿಶೇಷ ಹೆಸರಿದೆಯೇ...”

“ಹೌದು, ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಆಯತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎನ್ನುವರು. ಇವುಗಳನ್ನು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡುವಯಾ...”

“ಮಾವ... ಇವು ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಎರಡರಷ್ಟಿರುತ್ತವೆ ಅಲ್ಲವಾ...? ಹಾಗಾಗಿ 6, 12, 20 ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದಲ್ಲವಾ...”

“ನೀನು ಹೇಳ್ತಾ ಇರೋದು ಸರಿ. ಹಾಗಾದರೆ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆ ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು ಅಲ್ಲವೇ.. ಹಾಗಾಗಿ...

ಮೊದಲನೇ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆ  $= (1 \times 2) / 2$

ಎರಡನೇ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆ  $= (2 \times 3) / 2$

ಮೂರನೇ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆ  $= (3 \times 4) / 2$

“ಹಾಂ... ನನಗೆ ಗೊತ್ತಾಯಿತು ಮಾವ... ಇಪ್ಪತ್ತನೇ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆ  $= (20 \times 21) / 2$ , ಸರಿನಾ...”

“ಜಾಣ ನೀನು... ಅದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದುಬಿಟ್ಟೆ..! ಈಗ ಹೇಳು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ, ಘನಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೂರೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರುವ ಮೊದಲ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?”

“ಖಂಡಿತವಾಗಿ !”



“ವರಿಗುಡ್... ಅದು ಸರಿ. ಈಗ ನೋಡು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲದ ಸಂಖ್ಯಾ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗೂ, ಇನ್ನೊಂದು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗೂ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಷ್ಟು... ನಿನಗೆ ಗೊತ್ತಿದೆಯಲ್ಲಾ...”

“ಹೌದು... ಅದು 6, 18, 36, 60, ಮತ್ತು 90... ಹೀಗೆ”

“ಆಂ... ಅದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ ಅವು 6ರ ಗುಣಕಗಳು ಎಂದು ಹೇಳಿದೆಯಲ್ಲವೇ... ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧ ಗುರುತಿಸು”

ನಾನು ಗಮನಿಸಿ... ಆಶ್ಚರ್ಯದಿಂದ ಹೇಳಿದೆ “ಅರೆ ಮಾವ...! ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 6ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ, ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರದ ಸಂಖ್ಯಾ ಶ್ರೇಣಿ ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಅಥವಾ ಆ ಸಂಖ್ಯಾ ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧವೇ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ...!”

### ಪೂರ್ವಪದ - ಉತ್ತರಪದ (ಹಿಂದೆ - ಮುಂದೆ)

“ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ, ಅಂಕಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ ನಿನ್ನ ಸಂವಹನವು ಮತ್ತಷ್ಟು ಸುಲಭವಾಗಲು ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಪದಗಳನ್ನು ನೀನು ಕಲಿಯಬೇಕಿದೆ. ಈಗ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಬರೆದು ತೋರಿಸು” ಎಂದರು ಮಾವ.

1, 2, 3, 4, 5, 6.... ಹೀಗೆ ಬರೆದು ತೋರಿಸಿದೆ.

“ಸರಿ ಇದರಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಉತ್ತರ ಪದ ಅಂದರೆ, ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ ?”

“ಎಲ್ಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ ಮಾವ.”

“ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಇಲ್ಲ ಅನ್ನುವಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು?”

“ಇಲ್ಲ, ಅಂತಹ ಸಂಖ್ಯೆ ಇರಲಿಕ್ಕೆ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.”

“ಹೇಗೆ ?”

“ಈ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ನೀವು ಎಷ್ಟೇ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆ ನೀಡಿದರೂ ಅದಕ್ಕೆ 1 ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅದರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗುತ್ತದೆ...”

“ಸರಿ... ಈಗ ಪೂರ್ಣಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ ಹೇಳೋಯಾ...?”

“0, 1, 2, 3, 4, 5, 6...” ಹೇಳುತ್ತಾ ಹೋದೆ.

“ಸರಿ... ಸರಿ... 1ಕ್ಕಿಂತ ಮುಂಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು...?”

“ಅದು 0.”

“ಹಾಗಿದ್ದರೆ... ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆಯೇ...?”

“ಹೌದು ಹಾಗೆ ಹೇಳಬಹುದು.”

“ಸರಿ, ಈಗ ಒಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದು ಅದರ ಕೆಳಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆ. ಇವೆರಡೂ ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿನ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಒಂದಕ್ಕೊಂದು ಹೋಲಿಕೆ ಮಾಡಿ ನೋಡಲು ಅನುಕೂಲವಾಗುವಂತೆ ಇರಲಿ.”

ನಾನು ಹೀಗೆ ಬರೆದೆ...

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10...
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20...

“ಸರಿ..., ನೀನು ಎರಡನೇ ಸಾಲನ್ನು ಮೊದಲನೇ ಸಾಲಿನಿಂದ ಪಡೆಯಬೇಕಾದರೆ ಏನು ಮಾಡಬೇಕು...?”

“ಮೊದಲನೇ ಸಾಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದರೆ ಎರಡನೇ ಸಾಲು ಸಿಗುತ್ತದೆ.”

“ಸರಿ ಹಾಗಾದರೆ.. 1ಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ 2. 2ಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ 4. 7ಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?”

“ಹದಿನಾಲ್ಕು”

“ಗುಡ್., ಹಾಗೆಯೇ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ 18ಕ್ಕೆ ಸರಿಹೊಂದುವ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು...?”

“ಒಂಭತ್ತು”

ಅಂದು ನನ್ನನ್ನು ಬೀಳ್ಕೊಡುವ ಮುಂಚೆ.. “ನೀನು ತುಂಬಾ ಚೆನ್ನಾಗಿ ಕಲೀತಿದ್ದೀಯಾ” ಎಂದು ಮಾವ ನನ್ನ ಬೆನ್ನು ತಟ್ಟಿದರು. ಮುಂದಿನ ವಾರ ಈ ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಇನ್ನಷ್ಟು ರೋಚಕವಾದದ್ದನ್ನು ಕಲಿಯುವ ಎಂದರು.

“ಮಾವ... ಸಂಖ್ಯಾಸಾಗರ ಎನ್ನಬಹುದೇ?” ಎಂದೆ.

“ಹುಂ... ನೀನಿಷ್ಟಪಟ್ಟರೆ ಅದೇ ಆಗಬಹುದು” ಎಂದರು.



## ಕಸರತ್ತಿಗೆ ಮುನ್ನ

ಈ ವಾರ ಬಹಳ ನಿರೀಕ್ಷೆಗಳೊಂದಿಗೆ ನನ್ನ ಮಾವನ ಮನೆಗೆ ಹೋದೆ. ಗಣಿತದ ಮೂಲಕ್ರಿಯೆಗಳೊಂದಿಗೆ, ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ನನ್ನ ಕೌಶಲಗಳನ್ನು ಆಗಾಗ ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳುತ್ತಿರಬೇಕು ಎಂದು ಮಾವ ಪದೇ ಪದೇ ಹೇಳಿದರು. ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಆಗಾಗ ಕಾಣಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಸದಾ ಗಮನಿಸುತ್ತಿರಬೇಕೆಂದೂ ಹೇಳಿದರು. ಮುಂದೆ ನಾನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದಾದ ಸಂಶೋಧನೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಲು ಈ ಜ್ಞಾನ ಅತ್ಯವಶ್ಯಕವೆಂದು ಹೇಳಿದರು.

ಅಂದು ಮೊದಲು ನಾಲ್ಕು ಫ್ಲಾಷ್ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳನ್ನು ನನ್ನ ಕೈಗಿತ್ತರು. A B C D ಎಂಬ ಈ ನಾಲ್ಕು ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಕೆಲ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿದ್ದವು.

A	B	C	D
3	4	7	13
8	1	9	9
5	7	12	36
9	2	-	-

ಈ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ. ಮೊದಲು ಕಂಬಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ A ಮತ್ತು B ಯಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಅದೇ ಆಧಾರದಲ್ಲಿ C ಮತ್ತು D ಯಲ್ಲಿ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಸ್ಥಳದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಯಾವುವು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಎಂದರು ಮಾವ. ನನಗೆ ಇಲ್ಲಿರುವ ವಿನ್ಯಾಸ ಮೇಲ್ನೋಟಕ್ಕೆ ಅರ್ಥವಾಯಿತು.

“ನೋಡಿ ಮಾವ  $3 + 4 = 7$

$8 + 1 = 9$

$5 + 7 = 12$

ಆದ್ದರಿಂದ C ಯಲ್ಲಿ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆ  $9+2=11$  ಆಗುತ್ತೆ. ಇಲ್ಲಿ C ಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು, A ಮತ್ತು B ಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಅಲ್ಲವೇ... ಮಾವ...”

“ಸರಿ ನಾವದನ್ನು  $C=A+B$  ಎಂದೂ ಹೇಳಬಹುದು. ಈಗ D ಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ A ಮತ್ತು B ಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧ ಪತ್ತೆ ಹಚ್ಚಿ, ಆ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಜಾಗದಲ್ಲಿ ಇರಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ಹುಡುಕು.”

ನಾನು ಯೋಚಿಸತೊಡಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿರುವ ವಿನ್ಯಾಸ ಮೇಲ್ನೋಟಕ್ಕೆ ಕಾಣುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಈಗ ಬೇರೆಯದೇ ವಿಧಾನದಲ್ಲಿ ಪ್ರಯತ್ನಿಸಬೇಕು. A ಮತ್ತು B ಯನ್ನು ಕೂಡಿ ಆಗಿದೆ. A ಮತ್ತು B ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೂ D ಗೂ ಯಾವ ಸಂಬಂಧವೂ ಇರುವಂತೆ ಕಾಣುತ್ತಿಲ್ಲ. ಕಳೆಯುವುದೂ ಪ್ರಯೋಜನವಾಗಲಿಕ್ಕಿಲ್ಲ ಎನಿಸುತ್ತಿದೆ. ನೋಡೋಣ A ಮತ್ತು B ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸೋಣ ಏನಾದರೂ ಪ್ರಯೋಜನವಾದೀತೇ...? A ಮತ್ತು B ಯನ್ನು

ಗುಣಿಸಿ ಒಂದೆಡೆ ಬರೆದುಕೊಂಡು D ಯಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅದರ ಪಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಬರೆದುಕೊಂಡು ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಬೇಕು ಆ ಪಟ್ಟಿ ಇಲ್ಲಿದೆ.

A × B	D
12	13
8	9
35	36

“ವಾ...! ಈಗ ಉತ್ತರ ಸಿಕ್ಕಿತು. D ಗೂ A ಮತ್ತು B ಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧ ಸಿಕ್ಕಿತು. D ಯಲ್ಲಿರುವುದು A ಮತ್ತು B ಗುಣಲಬ್ಧದ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ...”

“ಸರಿ... ಅದನ್ನು ಹೀಗೂ ಹೇಳಬಹುದು  $D=A \times B+1$

“ಹೌದಾದು, ಆದರೆ ಇದನ್ನು ನಾನು ನನ್ನದೇ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಹೇಳಲಿಚ್ಛಿಸುತ್ತೇನೆ ಮಾವ...”

“ಸರಿ ಈಗ ಈ ಫ್ಲಾಷ್ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳನ್ನು ನೋಡು”

P	Q	R
3	8	10
5	24	26
6	35	37
4	-	-

ನೋಡು, ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲಿಗೆ ನೀನು P ಮತ್ತು Q ನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ, ನಂತರ P ಮತ್ತು R ನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಇರುವ ಸಂಬಂಧ ಪತ್ತೆಹಚ್ಚಬೇಕು. ನಂತರ Q ಮತ್ತು R ನಲ್ಲಿ ಕೊನೆಯ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾವುವು ಎಂದು ಹೇಳಬೇಕು.”

“ಆಗಬಹುದು ಮಾವ... ನಾನಿಲ್ಲಿ P ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು P ಗೆ ಕೂಡುವುದೋ ಗುಣಿಸುವುದೋ ಮಾಡಬೇಕೆನಿಸುತ್ತದೆ. ಅದರ ವಿನ್ಯಾಸ ತಿಳಿಯಲು ಹೀಗೆ ಮಾಡಬಹುದು ಎನಿಸುತ್ತಿದೆ.”

“ಇರಬಹುದೇನೋ ನೋಡು. ಪ್ರಯತ್ನಪಡು. ಆದರೆ ಒಂದು ಕಡೆ ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುವುದನ್ನು ಮರೆಯಬೇಡ”

ಸರಿ ಮೊದಲಿಗೆ P ಯನ್ನು P ಗೆ ಕೂಡಿಕೊಳ್ಳುತ್ತೇನೆ.

P+P	Q
6	8
10	24
11	35

ಉಂಹುಂ! ಇಲ್ಲಿ ಯಾವ ವಿನ್ಯಾಸವೂ ಕಾಣುತ್ತಿಲ್ಲ. ನೋಡೋಣ P ಯನ್ನು P ಯಿಂದ ಗುಣಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ಪಟ್ಟಿ ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇನೆ.

P × P	Q
9	8
25	24
36	35

ಆಂ...! ಈಗ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸ ಕಾಣ್ತಾ ಇದೆ. Q ನಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು P ಯಲ್ಲಿರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮುಂಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಂತಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ Q ನಲ್ಲಿ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿರಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆ 15. ನಾನು ಮಾಡುತ್ತಿದ್ದ ಕೆಲಸವನ್ನು ಗಮನಿಸುತ್ತಿದ್ದ ನನ್ನ ಮಾವ ನಾನು 15ನ್ನು ಬರೆದ ತಕ್ಷಣ ನನ್ನ ಬೆನ್ನುತ್ಪತ್ತಿ ಅಭಿನಂದಿಸಿದರು. ನೀನೀಗ R ಗೂ P ಗೂ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಸುಲಭವಾಗಿ ಪತ್ತೆ ಹಚ್ಚಬಹುದು ಎಂದರು.

P ಯಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವರ್ಗಗಳನ್ನೂ, R ನಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೋಡಿದ ಕೂಡಲೇ ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ ಎದ್ದುಕಾಣುತ್ತಿತ್ತು. R ನಲ್ಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು P ಯ ವರ್ಗಗಳ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದವು. ಹಾಗಾಗಿ R ನಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಜಾಗದಲ್ಲಿರಬೇಕಾದ ಸಂಖ್ಯೆ 17.

ನನ್ನ ಮಾವ ನನ್ನ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ತುಂಬಾ ಮೆಚ್ಚಿಕೊಂಡಿದ್ದು ಅವರ ಕಣ್ಣುಗಳಲ್ಲಿ ಕಾಣುತ್ತಿತ್ತು. ಮುಂದಿನ ವಾರದಿಂದ ನೀನು ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಸಂತೋಷದಿಂದ ವಿಹರಿಸುತ್ತಾ ಹೊಸ ಹೊಸ ಅನ್ವೇಷಣೆಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದೆಂದರು.



## ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಅಲೆದಾಟ

**ಮೊದಲ ಸುತ್ತಿನ ಅಲೆದಾಟ :** ಅನುಕ್ರಮ ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಜೋಡಿಗಳು

ಅಂದು 'ಅಯ್ಲರ್' ಗಣಿತ ಸಂಘ'ದಲ್ಲಿ ಉಪನ್ಯಾಸ ನೀಡಲು ಬಳಸಿದ್ದ ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳಂತಹ ಇನ್ನಷ್ಟು ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ನನ್ನ ಮಾವನ ಮೇಜಿನ ಮೇಲೆ ನೋಡಿದೆ.

ಒಂದು ಚಾರ್ಟ್‌ನ್ನು ಎತ್ತಿಕೊಂಡು ನೋಡಲು ಮಾವ ಹೇಳಿದರು. "ನೀನು ಇದರಲ್ಲಿ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸು" ಎಂದರು.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

"ಅರ್ಥವಾಗಿದೆಯಾ...?"

"ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೋಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುತ್ತಿದ್ದೇನೆ. ಮಾವ"

1, 2

2, 3

3, 4

4, 5... ಹೀಗೆ

ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ನೋಡುತ್ತೇನೆ

1+2=3

4+5=9

2+3=5

5+6=11

3+4=7

6+7=13... ಹೀಗೆ

3, 5, 7, 9, 11, 13... ಇವೆಲ್ಲ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

"ಹಾಂ...! ಸಿಕ್ಕಿತು...ಅನುಕ್ರಮ ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಅಲ್ಲಾ ಮಾವ...?"

"ಒಳ್ಳೆ ಪ್ರಾರಂಭ! ಮತ್ತೇನಾದರೂ ವಿಶೇಷ ಲಕ್ಷಣಗಳಿದೆಯಾ...?"

ಕೂಡುವುದರಿಂದ ಒಂದು ಲಕ್ಷಣ ತಿಳಿದು ಬಂತು. ಕಳೆದು ನೋಡಿದರೆ....? ಎಂದುಕೊಂಡು ಕಳೆಯುತ್ತಾ ಹೋದೆ.

2-1=1

3-2=1

ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 1 ಎಂದು ಅರ್ಥವಾಯಿತು.

“ಇವುಗಳ ಲಕ್ಷಣ ತಿಳಿಯಲು ಕೂಡುವುದು ಮಾತ್ರ ಸಾಕು ಎನಿಸುತ್ತಿದೆಯಾ ?”

“ಹಾಗೇನೂ ಇಲ್ಲ...” ನಾನು ರಾಗ ಎಳೆದೆ.

“ಇವು ಸಾಮಾನ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಷ್ಟೇ”

ನಂತರ ನಾನು ಗುಣಿಸಿ ನೋಡಲು ಯತ್ನಿಸಿದೆ.

$$1 \times 2 = 2$$

$$4 \times 5 = 20$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$5 \times 6 = 30$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$6 \times 7 = 42 \text{ ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತಿತ್ತು.}$$

2, 6, 12, 30, 42 ಇತ್ಯಾದಿ... ಇವೆಲ್ಲವೂ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಹಾಗಾದರೆ ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದು ತಿಳಿಯಿತು. ಇನ್ನೇನಾದರೂ ವಿಶಿಷ್ಟ ಲಕ್ಷಣ ತಿಳಿಯಬಹುದೆ... ಎಂದು ಮಾವನನ್ನು ಕೇಳಿದೆ.

“ಅಂತಹದೇನಾದರೂ ನಿನಗೆ ಸಿಕ್ಕರೆ ತುಂಬಾ ಒಳ್ಳೆಯದು... ಹುಡುಕು.” ಎಂದರು ಮಾವ.

ಒಂದು ವೇಳೆ ಅನುಕ್ರಮ ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೇ ಜೋಡಿ(1,2)ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ, ಅದರ ಮುಂದಿನ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಏನು ಸಿಗಬಹುದು ಎಂದುಕೊಂಡು ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾ ಹೋದೆ.

$$1/2=0, \text{ ಶೇಷ } 1$$

$$4/3=1, \text{ ಶೇಷ } 1$$

$$9/4=2, \text{ ಶೇಷ } 1$$

$$16/5=3, \text{ ಶೇಷ } 1$$

$$25/6=4, \text{ ಶೇಷ } 1... \text{ ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತಿತ್ತು.}$$

“ಓಹ್... ಎಂತಹ ಒಳ್ಳೆಯ ವಿನ್ಯಾಸ...! 1 ಮತ್ತು 2ನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವನ್ನು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಶೇಷ 1 ಉಳಿಯುತ್ತದೆ... ಅಲ್ಲೆ ಮಾವ...” ಉದ್ಗರಿಸಿದೆ.

“ಆಂ... ಅಲ್ಲಿ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಂತ ಹೇಳಬೇಕಲ್ಲ...” ಮಾವ ಕೇಳಿದರು.

“ಹೌದಾದು... ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವನ್ನು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅನುಕ್ರಮ - ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಶೇಷ 1 ಉಳಿಯುತ್ತದೆ ” ಎಂದು ತಿದ್ದಿಕೊಂಡೆ.

“ಭಾಗಲಬ್ಧಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಏನು ಯೋಚಿಸಿದೆ”

“ಇಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ವರ್ಗ ಮಾಡಿದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ”

“ಜಾಣ ನೀನು...! ಒಂದು ವೇಳೆ ಈ ಜೋಡಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವನ್ನು ಮೊದಲನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಇದೇ ವಿನ್ಯಾಸ ಸಿಗುವುದೇ...? ನೋಡು.”

$$(1, 2)=4/1=4, \text{ ಶೇಷ } 0$$

$$(2, 3)=9/2=4, \text{ ಶೇಷ } 1$$

$$(3, 4)=16/3=5, \text{ ಶೇಷ } 1$$

$$(4, 5)=25/4=6, \text{ ಶೇಷ } 1$$

$$(5, 6)=36/5=7, \text{ ಶೇಷ } 1$$

$$(6, 7)=49/6=8, \text{ ಶೇಷ } 1$$

(1, 2) ಈ ಜೋಡಿಯನ್ನುಳಿದು ಮಿಕ್ಕ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ಇದೇ ವಿನ್ಯಾಸ ಇದೆ. ಶೇಷ ಎಲ್ಲದರಲ್ಲೂ 1 ಇದೆ. ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧ, ಭಾಜಕಕ್ಕಿಂತ ಎರಡು ಜಾಸ್ತಿ ಇರುತ್ತದೆ.

“ಒಳ್ಳೆಯದು, ಮತ್ತೆ ಮುಂದಿನ ವಾರ ಭೇಟಿಯಾಗುವ”

**ಎರಡನೇ ಸುತ್ತಿನ ಅಲೆದಾಟ :** ಅನುಕ್ರಮ ಸಹಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿವಳಿಗಳು

ನನ್ನ ಮಾವ ಇನ್ನೊಂದು ಚಾರ್ಟ್‌ನ್ನು ನೀಡಿದರು. ಅಯ್ಲರ್ ಗಣಿತ ಸಂಘದಲ್ಲಿ ಬಳಸಿದಂತಹುದೇ ಚಾರ್ಟ್ ಇದು.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

“ಇದು ಗಣಿತ ಸಂಘದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ ಚಾರ್ಟ್ ಅಲ್ಲವೇ ಮಾವ...”

“ಹೌದು ತ್ರಿವಳಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಆ ದಿನ ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದೆನಲ್ಲ ಅವನ್ನು ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಲು ಸಾಧ್ಯವೇ...”

“ಖಂಡಿತ... ಅವಿನ್ಯಾಸ ನನ್ನ ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿ ಹಸಿರಾಗಿದೆ. ಆ ಗುಣ ಲಕ್ಷಣಗಳು ಯಾವುವೆಂದರೆ...” ಹೇಳುತ್ತಾ ಹೋದೆ...

“1) ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊತ್ತ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.

2) ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗದ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಥವಾ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

3) ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 3ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

4) ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ 6ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಸರಿಯಾ...”

“ವರಿ ಗುಡ್... ಅಂದಿಗಿಂತಲೂ, ಇಂದು ಜಾಸ್ತಿ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನೇ ಹೇಳಿದ್ದೀಯಾ... ಏನಾದರಾಗಲಿ ಮೊದಲು ನಿನ್ನ ಜ್ಞಾಪಕಶಕ್ತಿಗೆ ಅಭಿನಂದಿಸುತ್ತೇನೆ. ಇಂದು ಇನ್ನಷ್ಟು ಗುಣ ಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಹುಡುಕಲಿಕ್ಕಾಗುವುದೇ.. ನೋಡುವಾ..?” ಎಂದರು ಮಾವ.

“ಹಾಗಾದರೆ ಈಗ ಈ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಮೊದಲೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ನೋಡಿದರೆ ಏನಾದರೂ ವಿನ್ಯಾಸ ಸಿಗಬಹುದಾ.. ನೋಡುತ್ತೇನೆ”

$$(1, 2, 3)=2/3=0, \text{ ಶೇಷ } 2$$

$$(2, 3, 4)=6/4=1, \text{ ಶೇಷ } 2$$

$$(3, 4, 5)=12/5=2, \text{ ಶೇಷ } 2$$

$$(4, 5, 6)=20/6=3, \text{ ಶೇಷ } 2$$

$$(5, 6, 7)=30/7=4, \text{ ಶೇಷ } 2$$

$$(6, 7, 8)=42/8=5, \text{ ಶೇಷ } 2$$

$$(7, 8, 9)=56/9=6, \text{ ಶೇಷ } 2.. \text{ ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ.}$$

“ಹಾಂ..! ಇಲ್ಲಿಂದ ವಿನಾಸ ಇದೆ ಮಾವ. ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಮೊದಲೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಶೇಷ 2 ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.

“ಸರಿ ಮುಂದೆ ನೋಡು”

“ಒಂದು ವೇಳೆ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಅಂಚಿನ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಏನಾಗಬಹುದೆಂದು ನೋಡುತ್ತೇನೆ.”

$$(1, 2, 3)=3/2=1, \text{ ಶೇಷ } 1$$

$$(2, 3, 4)=8/3=2, \text{ ಶೇಷ } 2$$

$$(3, 4, 5)=15/4=3, \text{ ಶೇಷ } 3$$

$$(4, 5, 6)=24/5=4, \text{ ಶೇಷ } 4$$

$$(5, 6, 7)=35/6=5, \text{ ಶೇಷ } 5$$

$$(6, 7, 8)=48/7=6, \text{ ಶೇಷ } 6... \text{ ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ.}$$

“ಆಹಾ... ಈ ವಿನಾಸವೂ ತುಂಬಾ ಚೆನ್ನಾಗಿದೆ. ಅಂಚಿನೆರಡೂ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಎರಡೂ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ...!”

“ಸರಿ ಸರಿ.. ಈ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಗೂ... ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷಕ್ಕೂ ಏನಾದರೂ ಸಂಬಂಧ ಇದೆಯಾ..?”

“ಒಂದ್ನಿಮಿಷ ಮಾವ ಹುಡುಕೋನಿ.. ಹಾಂ.. ಗೊತ್ತಾಯಿತು. ಈ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಈ ತ್ರಿವಳಿಯ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.”

“ಜಾಣ, ಮುಂದುವರೆಸು”

“ಇನ್ನೊಂದು ಪರೀಕ್ಷೆ ಇದೆ ಮಾವ. ಇದೇ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಮಧ್ಯದ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ.. ಯಾವ ವಿನಾಸ ಸಿಗಬಹುದೋ..? ನೋಡೋಣ.”

$$(1, 2, 3) = 6/1=6, \text{ ಶೇಷ } 0$$

$$(2, 3, 4) = 12/2=6, \text{ ಶೇಷ } 0$$

$$(3, 4, 5) = 20/3=6, \text{ ಶೇಷ } 2$$

$$(4, 5, 6) = 30/4=7, \text{ ಶೇಷ } 2$$

$$(5, 6, 7) = 42/5=8, \text{ ಶೇಷ } 2$$

$$(6, 7, 8) = 56/6=9, \text{ ಶೇಷ } 2$$

ಮೊದಲೆರಡು ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಬಿಟ್ಟರೆ, ಉಳಿದ ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿನಾಸವಿದೆ. ಶೇಷ ಯಾವಾಗಲೂ 2 ಇರುತ್ತದೆ. ಭಾಗಲಬ್ಧ 6 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗಿ ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿದೆ. ಮೊದಲೆರಡನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಮಿಕ್ಕಲ್ಲದರಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಭಾಜಕಕ್ಕಿಂತ 3 ಜಾಸ್ತಿ ಇರುತ್ತದೆ.

“ಸರಿಯಪ್ಪಾ ಮುಂದಿನ ವಾರ ಮತ್ತಷ್ಟು ಅಲೆದಾಟಕ್ಕೆ ಸಿದ್ಧನಾಗಿ ಬಾ..” ಎನ್ನುತ್ತಾ ಅಂದು ಬೀಳ್ಕೊಟ್ಟರು.

**ಮೂರನೇ ಸುತ್ತಿನ ಅಲೆದಾಟ :** ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಹಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

“ಈ ದಿನ ನೀನು ಯಾವ ಚಾರ್ಟ್ ಬೇಕು ಅಂತಿಯಾ...?” ಮಾವ ನನ್ನನ್ನು ನೋಡುತ್ತಾ ಕೇಳಿದರು.

“ಮೊದಲು ಎರಡೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿ ಆಯ್ತು.. ಆಮೇಲೆ ತ್ರಿವಳಿಗಳು ಆಯ್ತು... ಅದೇ ರೀತಿ ಯೋಚನೆ ಮಾಡಿದರೆ ಈ ದಿನ ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಚಾರ್ಟ್ ತಗೋಬೇಕು. ಅಲ್ಲೆ ಮಾವ...”

“ಸರಿ ಹಾಗಾದರೆ... ತಗೋ ಇದನ್ನ...”

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ. ನನ್ನ ವಿನಾಸ ಹುಡುಕುವ ಕೌಶಲ್ಯಕ್ಕೆ ಇದೊಂದು ಹೊಸ ಬಗೆಯ ಪರೀಕ್ಷೆ ಈ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ, ನಂತರ ಮಧ್ಯದೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ನೋಡುತ್ತೇನೆ, ಏನಾದರೂ ವಿನಾಸ ಸಿಗಬಹುದೇನೋ.. ಎಂದು ಯೋಚಿಸಿ ಈ ರೀತಿ ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾ ಹೋದೆ...

ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ

$$(1+4)=5$$

$$(2+5)=7$$

$$(3+6)=9$$

$$(4+7)=11$$

ಮಧ್ಯದೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ

$$(2+3)=5$$

$$(3+4)=7$$

$$(4+5)=9$$

$$(5+6)=11$$

ಈ ವಿನಾಸ ತುಂಬಾ ಸರಳವಾಗಿಯೂ ಸುಂದರವಾಗಿಯೂ ಇದೆ. ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮಧ್ಯದೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದೆ. ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ ಇನ್ನೊಂದು ವಿನಾಸವೂ ಇದೆ. ಈ ಮೊತ್ತಗಳೆಲ್ಲ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ. ಇದೇ ರೀತಿ ಗುಣಿಸಿ ನೋಡಿದರೆ ಏನು ಸಿಗಬಹುದೋ ನೋಡೋಣ...

$$(1 \times 4)=4$$

$$(2 \times 5)=10$$

$$(3 \times 6)=18$$

$$(2 \times 3)=6$$

$$(3 \times 4)=12$$

$$(4 \times 5)=20$$

$(4 \times 7) = 28$

$(5 \times 6) = 30$

$(5 \times 8) = 40$

$(6 \times 7) = 42$

...ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ.

ಅರೆ...! ಇಲ್ಲೂ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವಿದೆ. ಎಲ್ಲಾ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳೂ ಸರಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ, ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕಿಂತ 2 ಕಡಿಮೆ ಇದೆ.

“ಒಳ್ಳೆಯದು.. ಈಗ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೆಲ್ಲಾ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಬರೆದುಕೊಂಡು ನೋಡು, ಇನ್ನೂ ಏನಾದರೂ ವಿಶೇಷ ಸಿಗಬಹುದೇನೋ...” ಮಾವ ಹೇಳಿದರು.

ನಾನು ಬರೆದುಕೊಂಡೆ.

ಅವು 4, 6, 10, 12, 18, 20, 28, 30, 40, 42...

ಹೀಗೆ ಬರೆಯುತ್ತಿದ್ದಂತೆ ಇನ್ನೊಂದು ವಿನ್ಯಾಸ ಗಮನಿಸಿದೆ. ಇದು ಅಷ್ಟು ಸುಲಭವಾಗಿ ಗೊತ್ತಾಗುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಹೆಚ್ಚು ಕಡಿಮೆ ಆಗುವುದರಲ್ಲೂ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸ ಕಾಣುತ್ತಿದೆ. ಅದು ಹೀಗಿದೆ...

2, 4, 2, 6, 2, 8, 2, 10 ಹೀಗೆಯೇ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತಿದೆ.

“ಮಾವ ಇದು ವಿಶೇಷ ಅಲ್ಲವೇ...?”

“ಖಂಡಿತವಾಗಿ ಹೌದು... ಮುಂದೆ ಇನ್ನೇನು ಹುಡುಕಬೇಕು ಅಂತಿದ್ದೀಯಾ...?”

“ಈ ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ನೋಡೋಣ ಅಂತ...”

“ಸರಿ. ಮಾಡಿ ನೋಡು.”

$1+2+3+4=10$

$2+3+4+5=14$

$3+4+5+6=18$

$4+5+6+7=22$

$5+6+7+8=26$  ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತಿದೆ.

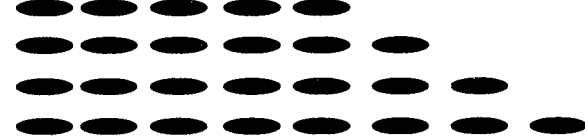
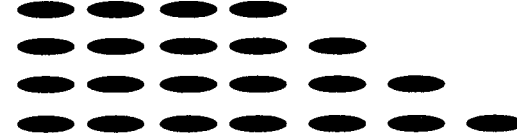
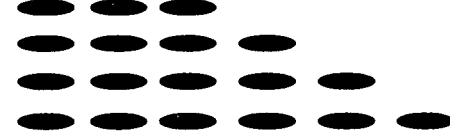
“ಈ ವಿನ್ಯಾಸ ಅಷ್ಟೇನೂ ಆಕರ್ಷಕವಾಗಿಲ್ಲದಿದ್ದರೂ... ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸ ಇದೆ. ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 10ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗಿ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನ ಮೊತ್ತವೂ 4ರ ವ್ಯತ್ಯಾಸದೊಂದಿಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ ಎಂದೆ.”

“ನೋಡು ಅಷ್ಟು ಸುಲಭವಾಗಿ ಈ ವಿನ್ಯಾಸದ ಬಗ್ಗೆ ನಿರಾಶನಾಗಬೇಡ. ಅಲ್ಲೂ ಒಂದು ವಿಶೇಷವನ್ನು ನಾನು ನಿನಗೆ ತೋರಿಸುತ್ತೇನೆ. ಈಗ ಆ ಮುಚ್ಚಳಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೋ” ಎಂದು ಮಾವ ಮುಚ್ಚಳಗಳ ಕಡೆ ಕೈತೋರಿಸಿದರು. ನಾನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡೆ.

“ಸರಿ, ಈಗ ಈ ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದಷ್ಟು ಮುಚ್ಚಳಗಳನ್ನು, ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮುಚ್ಚಳಗಳನ್ನು ಜೋಡಿಸಿದ್ದೆಯಲ್ಲಾ - ಅದೇ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸುತ್ತಾ ಹೋಗು...” ಎಂದರು.

“ನಾನು ಅದೇ ರೀತಿ ಮಾಡುತ್ತಾ ಹೋದೆ”

“ಆಯ್ತು ಮಾವ”



“ಸರಿ ನೋಡು.. ಪ್ರತಿ ಗುಂಪು ಯಾವ ಆಕಾರ ಪಡೆದಿದೆ ?”

“ಮೊದಲನೆಯದನ್ನು ಬಿಟ್ಟು... ಮಿಕ್ಕಿದ್ದೆಲ್ಲಾ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದ ಆಕಾರ ಪಡೆದಿದೆ ಮಾವ”

“ಮೊದಲನೆಯದು ಏನಾಗಿದೆ...?”

“ಗೊತ್ತಾಗ್ತಿಲ್ಲ ಮಾವ.”

“ಅದೂ ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯವೇ..., ಆದರೆ ಅದು ವಿಶೇಷವಾದದ್ದು. ಹೇಗೆಂದರೆ, ಚೌಕವನ್ನು ವಿಶೇಷವಾದ ಆಯತ ಎಂದಂತೆ.”

“ಹಾಗಾದರೆ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಂತಾಯಿತು.. ಅಲ್ಲಾ ಮಾವ ?”

“ಅಂತೂ ಗೊತ್ತಾಯಿತಲ್ಲಾ..., ನೀನು ನಿಜವಾಗಿಯೂ ಒಬ್ಬ ಪುಟಾಣಿ ಗಣಿತಜ್ಞ ಆಗುವ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ದೊಡ್ಡ ಹೆಜ್ಜೆಗಳನ್ನಿಡುತ್ತಿದ್ದೀಯಾ ಕಣಯ್ಯಾ..! ಒಳ್ಳೆಯದು. ಈಗ ಇಲ್ಲಿ ನೋಡು ಈ ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಇನ್ನೂ ಏನಾದರೂ ವಿಶೇಷ ಇದೆಯಾ ಎಂದು ಹುಡುಕತೀಯಾ...?”

“ಆಯ್ತು ಮಾವ ಈ ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು ಯಾವ ವಿನ್ಯಾಸ ಪಡೆಯಬಹುದೆಂದು ನೋಡುತ್ತೇನೆ.”



“ಒಳ್ಳೆಯದು... ಹುಡುಕು.”

ಆ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು ಹೀಗಿವೆ...

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

$$3 \times 4 \times 5 \times 6 = 360$$

$$4 \times 5 \times 6 \times 7 = 840$$

$$5 \times 6 \times 7 \times 8 = 1680$$

$$6 \times 7 \times 8 \times 9 = 3024 \dots \text{ಹೀಗೆ...}$$

“ಇಲ್ಲಿಯೂ ಯಾವುದೇ ವಿನ್ಯಾಸವಿಲ್ಲ ಅನ್ನಿಸುತ್ತೆ ಮಾವ...”

“ಈ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಹಿಂದಿನ ಅಥವಾ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸು, ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಮೇಲ್ನೋಟಕ್ಕೆ ಕಾಣಬೇಕೆಂದು ಏಕೆ ಅಂದುಕೊಳ್ಳಿಯಾ...?”

“ಅರೆ ಹೌದಲ್ಲಾ” ಎಂದುಕೊಂಡು ಆ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದುಕೊಂಡೆ. ಅವು ಹೀಗಿವೆ... 23, 119, 359, 839, 1679, 3023 ಹೀಗೆ. ಇಲ್ಲಿಯೂ ಯಾವುದೇ ವಿಶೇಷ ಕಾಣ್ತಾ ಇಲ್ಲ. ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನೋಡೋಣ. 25, 121, 361, 841, 1681, 3025 ಹೀಗೆ. “ಓ ಇಲ್ಲಿ 25 ಮತ್ತು 121 ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮಾವ.”

“ಒಂದ್ನಿಮಿಷ... ನೋಡು, ಅಲ್ಲಿ ಮೇಜಿನ ಮೇಲಿರೋ ಮಗ್ಗಿ ಪುಸ್ತಕ ತಗೋ. ಅದರಲ್ಲಿ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪಟ್ಟಿ ಇದೆ. ಅದನ್ನೆಲ್ಲಾ ಸ್ವಲ್ಪ ನೋಡು” ಮಾವ ಹೇಳಿದರು.

ನಾನು ಆ ಪುಸ್ತಕ ಎತ್ತಿಕೊಂಡು ನೋಡುತ್ತಾ ಹೋದೆ..

“ಅರೆ... ಮಾವ 361, 841, 1681, 3025..... ಎಲ್ಲವೂ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ. ಇಲ್ಲಿನ ವಿನ್ಯಾಸ ಮೇಲ್ನೋಟಕ್ಕೆ ಕಾಣುವುದಿಲ್ಲ ನಿಜ. ಹಾಗಾದರೆ ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು ಅಲ್ಲೇ ಮಾವ”

“ತುಂಬಾ ಜಾಣ ನೀನು... ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೊತೆ ತುಂಬಾ ಖುಷಿಯಾಗಿ ಆಟ ಆಡಿದ್ದೀಯಾ, ಹೌದಲ್ಲಾ...? ಒಳ್ಳೆಯದು. ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಗೆ ಪಡೆಯಬಹುದೆಂದು ಸ್ವಲ್ಪ ಯೋಚಿಸು. ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸು.”

“ಸರಿ ಮಾವ..., ಮೊದಲು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದುಕೊಂಡು ಪ್ರಯತ್ನಿಸುವೆ.”

$$25 = 5^2 = (4+1)^2$$

$$121 = 11^2 = (10+1)^2$$

$$361 = 19^2 = (18+1)^2$$

“ಆಂ! ಹೀಗೆ ಹೇಳಬಹುದು. ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ದ್ವಿಗುಣಗೊಳಿಸಿದರೆ ಅದು ಒಂದು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಪ್ರಶ್ನೆ ಕೇಳಿದ್ದಕ್ಕೆ ತುಂಬಾ ಧನ್ಯವಾದಗಳು ಮಾವ”

ಈಗ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ, ಮಧ್ಯದಿರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡುತ್ತೇನೆ ಇರಿ... ಎಂದು ಹೀಗೆ ಬರೆದುಕೊಂಡೆ.

	ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ.	ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ.	ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ.
(1, 2, 3, 4)	10	5	5
(2, 3, 4, 5)	14	7	7
(3, 4, 5, 6)	18	9	9
(4, 5, 6, 7)	22	11	11

“ಈ ವಿನ್ಯಾಸ ತುಂಬಾ ಸರಳವಾದುದು. ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಆ ಮೊತ್ತವು ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.”

“ಆಮೇಲೆ...?”

“ಒಂದು ವೇಳೆ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವುದು, ಮತ್ತು ಎರಡನೇ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕನೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡುವುದು ಮಾಡಿದರೆ ಎಂತಹ ವಿನ್ಯಾಸ ಸಿಗುವುದೋ ನೋಡುತ್ತೇನೆ.” ಎಂದುಕೊಂಡು ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡುತ್ತಾ ಹೋದೆ.

ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ	ಎರಡನೇ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕನೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ
4	6
6	8
8	10
10	12

ಇದೂ ಸಹ ಅಂತಹ ವಿಶೇಷವಾದ ವಿನ್ಯಾಸವೇನೂ ಅಲ್ಲ... ಸರಳವಾಗೇ ಇದೆ. ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕಿಂತ, ಎರಡನೇ ಮತ್ತು ನಾಲ್ಕನೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದಲ್ಲಿ 2 ಜಾಸ್ತಿ ಇರುತ್ತದೆ.

“ಮಾವ ಇನ್ನೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆ... ಯಾಕೆ ಯಾವಾಗಲೂ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೇ ತಗೋಬೇಕು...?”

“ಹುಂ. ಹಾಗಾದ್ರೆ ನಿನಗೆ ಬೇಸರವಾಗುತ್ತಿದೆ ಅಂತಾಯ್ತು...?”

“ಇಲ್ಲ..ಇಲ್ಲ.. ಹಾಗೇನಿಲ್ಲ.. ಆದರೆ ನೀವು ಕೊಟ್ಟ ಮೊದಲನೇ ಚಾರ್ಟ್‌ನಲ್ಲಿದ್ದುದೇ... ಅನಂತರದ ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳಲ್ಲೂ ಇದ್ದವಲ್ಲಾ ಅದಕ್ಕೆ ಕೇಳಿದೆ ಅಷ್ಟೆ.. ಆಶ್ಚರ್ಯ ಆಗುವಂತಹದ್ದು ಏನೂ ಕಾಣಲಿಲ್ಲ ಅಂತ ಹೇಳಿದೆ ಅಷ್ಟೆ...”

“ಹಾಂ! ಅರ್ಥ ಆಯ್ತು... ಮುಂದಿನ ವಾರ ಬರೀಯಲ್ಲಾ ಆಗ ನಿನಗೆ ನಿಜವಾಗಲೂ ಆಶ್ಚರ್ಯವಾಗುತ್ತೆ ನೋಡಿದ್ರು...”

ನಾಲ್ಕನೇ ಸುತ್ತಿನ ಅಲೆದಾಟ : ಅನುಕ್ರಮ ತ್ರಿವಳಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

“ನೀನು ಉಹ ಮಾಡದಿರುವ ರೀತಿಯ ಚಾರ್ಟ್ ಇಲ್ಲಿದೆ ನೋಡು. ಈ ವಾರ ನೀನು ಸಂಶೋಧನೆ ಮಾಡಬೇಕಿರುವುದು ಇದರಲ್ಲಿ.” ಎಂದು ಮಾವ ಚಾರ್ಟ್ ತೋರಿಸಿದರು ! ಅದು ಹೀಗಿತ್ತು.

1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66

“ನಿಜ... ಈ ರೀತಿಯ ಚಾರ್ಟ್ ಇರುತ್ತೆ ಅಂತ ನಾನು ಅಂದುಕೊಂಡಿರಲಿಲ್ಲ. ಇವು ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಬೇಕೆ ಮಾವ...”

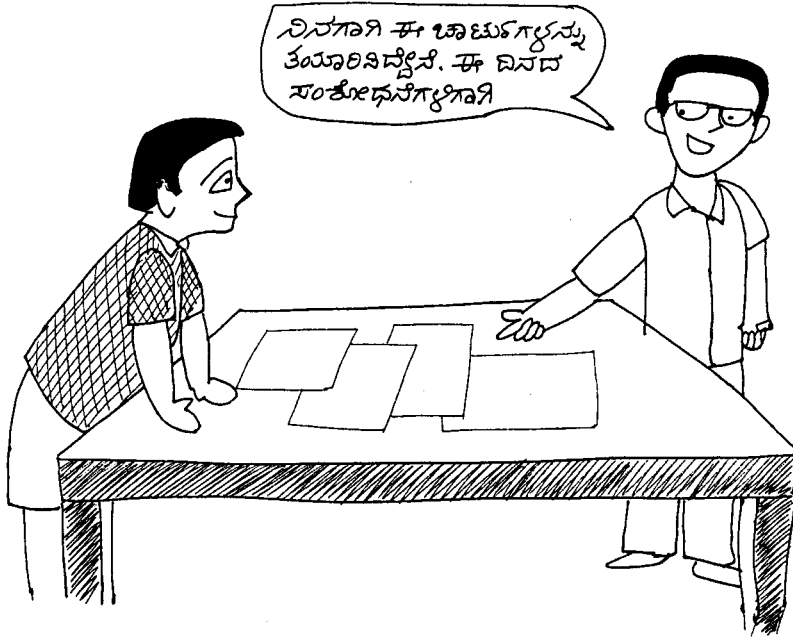
“ಹೌದು... ನೋಡೋಣ ಮಾಡ್ತಾ ಹೋಗು.”

“ಸರಿ ನಾನು ಮೊದಲು ಅನುಕ್ರಮ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ನೋಡುತ್ತೇನೆ.”

$$1+3=4$$

$$3+6=9$$

$$6+10=16$$



$$10+15=25$$

$$15+21=36$$

$$21+28=49... ಹೀಗೆ...$$

ಆಹಾ... ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ...!

“ಸರಿಯಪ್ಪ... ಈಗ ನಾನು ಹತ್ತನೆ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಯ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು ಅಂತ ಕೇಳೋನಿ... ನೀನು ಈ ರೀತಿ ಬರೆದುಕೊಳ್ಳದೆ ಉತ್ತರ ಹೇಳಿಯಾ...?”

“ಪ್ರಯತ್ನಿಸೋನಿ ಮಾವ.”

“ಮೊದಲನೆ ಜೋಡಿಯ ಮೊತ್ತ 2ರ ವರ್ಗ. ಎರಡನೇ ಜೋಡಿಯ ಮೊತ್ತ 3ರ ವರ್ಗ. ಮೂರನೇ ಜೋಡಿಯ ಮೊತ್ತ 4ರ ವರ್ಗ. ಇದೇ ಲೆಕ್ಕದಲ್ಲಿ ಹತ್ತನೇ ಜೋಡಿಯ ಮೊತ್ತ 11ರ ವರ್ಗ ! ಹಾಂ... ಅದು 121 ಅಲ್ಲೇ ಮಾವ ?”

“ಸರಿ”

ಈಗ..ಈ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿದರೆ ಏನಾಗಬಹುದೋ ನೋಡುತ್ತೇನೆ.

$$1 \times 3 = 3$$

$$3 \times 6 = 18$$

$$6 \times 10 = 60$$

$$10 \times 15 = 150$$

$$15 \times 21 = 315... ಹೀಗೆ.$$

ಈ ವಿನ್ಯಾಸ ಅಷ್ಟೇನೂ ಕುತೂಹಲಕಾರಿಯಾಗಿಲ್ಲ. ಇಲ್ಲಿ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳೆಲ್ಲಾ 3ರ ಗುಣಕಗಳು. 3ರ ಗುಣಕಗಳನ್ನಾಗಿ ಬರೆದು ಏನಾದರೂ ವಿಶೇಷವಿರಬಹುದೇ ನೋಡುತ್ತೇನೆ.

$$3 = 1 \times 3$$

$$18 = 6 \times 3$$

$$60 = 20 \times 3$$

$$150 = 50 \times 3$$

$$315 = 105 \times 3... ಹೀಗೆ.$$

“ಏನೂ ವಿಶೇಷ ಕಾಣ್ತಾ ಇಲ್ಲ ಮಾವ. ಹೋಗಿ ಈಗ ಮೂರು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿ ಮಾಡಿ ನೋಡೋ...?”

“ಸರಿ ತಗೋ ಈ ಚಾರ್ಟ್, ಇದನ್ನು ಇಟ್ಕೊಂಡು ಮುಂದುವರಿ”

1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66

ಈಗ ಈ ಮೂರು ಅನುಕ್ರಮ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿವಳಿಯಲ್ಲಿ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು, ಅವೆರಡರ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡುತ್ತೇನೆ. ನಾನು ಮಾಡಿಕೊಂಡ ಪಟ್ಟಿ ಹೀಗಿತ್ತು.

ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ	ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
(1+6)=7	3
(3+10)=13	6
(6+15)=21	10
(10+21)=31	15
(15+28)=43	21
(21+36)=57	28

ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತಿತ್ತು.

ಇಲ್ಲಿಯೂ ಮೇಲ್ನೋಟಕ್ಕೆ ಯಾವುದೇ ವಿನ್ಯಾಸ ಕಾಣುತ್ತಾ ಇಲ್ಲ. ಒಂದು ವೇಳೆ ಇಲ್ಲಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಅದೇ ತ್ರಿವಳಿಯಲ್ಲಿನ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ ನೋಡುವ... ಏನು ಸಿಗುವುದೋ ಅಂತ...

7/3=2,	ಶೇಷ 1
13/6=2,	ಶೇಷ 1
21/10=2,	ಶೇಷ 1
31/15=2,	ಶೇಷ 1
43/21=2,	ಶೇಷ 1
57/28=2,	ಶೇಷ 1...

“ಹಾಂ... ಈಗೊಂದು ವಿನ್ಯಾಸ ಸಿಕ್ಕಿತು. ಅನುಕ್ರಮ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಯ ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ, ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡರಷ್ಟರ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ... ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದಾ ಮಾವ...?”

“ಖಂಡಿತವಾಗ್ಗೂ ಹೇಳಬಹುದು. ನೀನು ಜಾಣ... ಮುಂದೆ ನೋಡು.”

ಸರಿ ಹಾಗಾದರೆ..., ಈಗ ಇದೇ ಅನುಕ್ರಮ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಯ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಗುಣಿಸಿ, ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಡನೆ ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡುತ್ತೇನೆ.. ಎಂದುಕೊಂಡು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರ ಮಾಡುತ್ತಾ ಹೀಗೆ ಬರೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾ ಹೋದೆ.

ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ	ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
(1×6)=6	3
(3×10)=30	6
(6×15)=90	10
(10×21)=210	15
(15×28)=420	21

ಈಗ ಗೊತ್ತಾಗ್ತಾ ಇದೆ... ಈ ಅನುಕ್ರಮ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳನ್ನು 3ರ ಗುಣಕಗಳಾಗಿ ಬರೆದಾಗ...

ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು	3ರ ಗುಣಕಗಳು
6	2×3
30	5×6
90	9×10
210	14×15
420	20×21...

ಹೀಗೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

ಇಲ್ಲಿ 2, 5, 9, 14, 20 ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವಿದೆ. ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಗಮನಿಸಿ. ಅದು 3 ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತದೆ. 3, 4, 5, 6... ಹೀಗೆ...! ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ ಇಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗುಣಲಬ್ಧವೂ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅಪವರ್ತನವಾಗಿ ಹೊಂದಿವೆ.

“ಮಾವ ನಾವು ಏಕೆ ಪ್ರತಿ ಬಾರಿಯೂ ಎಲ್ಲದರಲ್ಲೂ ಅನುಕ್ರಮವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನೇ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು...?” ಎಂದು ಕೇಳಿದೆ.

“ಹಾಗೇನೂ ಇಲ್ಲ... ಮುಂದಿನ ವಾರ ನಿನಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಆಶ್ಚರ್ಯ ಕಾದಿದೆ...” ಎಂದು, ಮುಂದಿನ ವಾರವನ್ನು ಕುತೂಹಲದಿಂದ ಎದುರು ನೋಡುವಂತೆ ಮಾಡಿಬಿಟ್ಟರು ನನ್ನ ಮಾವ.

**ಬದನೇ ಸುತ್ತಿನ ಅಲೆದಾಟ : ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅನುಕ್ರಮಿಕ ಮೊತ್ತಗಳು**

“ಈ ವಾರ ಈ ಚಾರ್ಟ್ ತಗೋ... ಇದರಲ್ಲಿ ಏನು ಕಾಣುತ್ತೆ ನೋಡು”

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19

“ಮಾವ ಇದರಲ್ಲಿ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿವೆ. ನಾನು ಈ ಅನುಕ್ರಮ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ವಿನ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾ...?”

“ಹೌದು.”

“ಆಯ್ತು... ಮೊದಲು ಮೊತ್ತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತೇನೆ. ಅದೂ ಈ ರೀತಿ”

$$1+3=4$$

$$1+3+5=9$$

$$1+3+5+7=16$$

$$1+3+5+7+9=25 \text{ ಹೀಗೆ...}$$

“ಆಹಾ... ಇದು ಇನ್ನೊಂದು ಸರಳವಾದ, ಸುಂದರವಾದ ವಿನ್ಯಾಸ.. ಅನುಕ್ರಮ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಕೂಡಿದಾಗ ಬರುವ ಮೊತ್ತ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುತ್ತದೆ.”

“ಒಳ್ಳೆಯದು. ಈಗ ಈ ಚಾರ್ಟ್ ತಗೋ. ಇವೂ ಸಹ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳೇ, ಇದರಿಂದ ನೀನೇನು ಮಾಡಬಹುದೋ ಯೋಚಿಸು.”

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19

“ಮಾವಾ.... ನೀವು ನಿಜವಾಗ್ಗೂ ನನ್ನನ್ನು ಈ ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಸಾಕಷ್ಟು ಸುತ್ತಾಡಿಸುತ್ತಾ ಇದೀರ... ಧನ್ಯವಾದಗಳು. ಈಗ ಈ ಚಾರ್ಟ್‌ನಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ಸಾಲುಗಳ ಮೊತ್ತಗಳನ್ನು ನೋಡ್ತೀನಿ”

$$3+5=8$$

$$7+9+11=27$$

$$13+15+17+19=64$$

$$21+23+25+27+29=125 \text{ ಹೀಗೆ...}$$

“ಆಹಾ... ಇದು ಇನ್ನೂ ಅದ್ಭುತವಾಗಿದೆ. ನೋಡಿ..., ಈ ಎಲ್ಲಾ ಮೊತ್ತಗಳೂ ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳು...! ಅಂದರೆ ಮೊದಲ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಾದ 1, ಒಂದು ಘನಸಂಖ್ಯೆ. ಅದರ ಮುಂದಿನೆರಡು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಒಂದು ಘನಸಂಖ್ಯೆ. ಅದರ ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೂ ಒಂದು ಘನಸಂಖ್ಯೆ. ಹೀಗೆ... ನಾವಿದನ್ನು Sequence of sets ಎಂದು ಕರೆಯಬಹುದಲ್ಲವೆ ಮಾವಾ...?”

“ಹಾಗೆಯೇ ಕರೆಯಬೇಕು... ಆದರೆ ಇಲ್ಲಿ ನಿನಗೆ ಇನ್ನೊಂದು ಸವಾಲಿದೆ. ನೋಡು ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಕೇವಲ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಅದು 1. ಎರಡನೇ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ. ಅವು 3 ಮತ್ತು 5. ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ 8. ಮೂರನೇ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಮೂರು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳು, 7, 9, ಮತ್ತು 11. ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ 27. ನಾಲ್ಕನೇ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳು 13, 15, 17 ಮತ್ತು 19. ಮೊತ್ತ 64... ಹಾಗೆಯೇ

ಹತ್ತನೇ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಬರುವ ಮೊದಲ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ಅಂತ ಹೇಳ್ತೀಯಾ...?”

“ಹಾಗಾದ್ರೆ ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಲ್ಲಿ ಮೊದಲು ಯಾವ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಬರುತ್ತೆ ಅಂತ ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು... ಅಲ್ಲೆ ಮಾವ...?”

“ನೀನು ಯೋಚಿಸ್ತಾ ಇರೋದು ಸರಿಯಾಗೆ ಇದೆ.. ಹುಡುಕು... ಹುಡುಕು...”

“ಸರಿ, ಇದರಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆ ಗುಂಪನ್ನು ಬಿಟ್ಟುಬಿಡ್ತೀನಿ... ಎರಡನೇ ಗುಂಪಿನಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭಿಸುತ್ತೇನೆ.”

ಗುಂಪಿನ ಕ್ರಮಸಂಖ್ಯೆ

ಮೊದಲ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ

2

3

3

7

4

13... ಹೀಗೆ

ಇಲ್ಲಿ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಲಿನ ಮೊದಲ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಆಯಾ ಸಾಲಿನ ಕ್ರಮಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವುದು ಇದು...

$$3/2=1, \text{ ಶೇಷ } 1$$

$$7/3=2, \text{ ಶೇಷ } 1$$

$$13/4=3, \text{ ಶೇಷ } 1$$

$$21/5=4, \text{ ಶೇಷ } 1...$$

“ಮಾವ... ಈ ವಿನ್ಯಾಸವೂ ಸುಂದರವಾಗಿಯೇ ಇದೆ...! ಶೇಷ ಯಾವಾಗಲೂ 1, ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಯಾವಾಗಲೂ ಭಾಜಕಕ್ಕಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ. ಅಷ್ಟೇ ಅಲ್ಲ, ಗುಂಪಿನ ಕ್ರಮಸಂಖ್ಯೆಯೇ ಭಾಜಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಹಾಂ... ನನಗೀಗ ತಿಳಿಯಿತು ಮಾವ... ಹತ್ತನೆ ಗುಂಪಿನ ಮೊದಲ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ 91...!”

“ಹೇಗೆ...?”

“ಹೇಗೆ ಅಂದರೆ, 10ನೇ ಗುಂಪು ಎಂದರೆ ಕ್ರಮಸಂಖ್ಯೆ 10. ಇದು ಭಾಜಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದಕ್ಕಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ ಇರುವುದೇ ಭಾಗಲಬ್ಧ, ಅಂದರೆ 9. ಇನ್ನು ಶೇಷ 1. ಆದ್ದರಿಂದ  $10 \times 9 = 90 + 1 = 91$  ಆಯ್ತಲ್ಲ...!”

“ಇದಪ್ಪ ಜಾಣತನ ಅಂದ್ರೆ... ಸರಿ... ಈ ಹತ್ತನೇ ಗುಂಪಿನ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು ಹೇಳ್ತೀಯಾ...?”

“ಆಯ್ತು ಮಾವ... ಹತ್ತನೇ ಗುಂಪಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಮೇತ ಅದರ ಮೊತ್ತ ಹೇಳ್ತೀನಿ ಆಗಬಹುದಾ...?”

“ಆಗಬಹುದು”

$$91+93+95+97+99+101+103+105+107+109=1000 \text{ ಇದು ಸರಿಯಾ...?”}$$

“ವರಿಗುಡ್... ಅದ್ಭುತ”

“ಮಾವ ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳು ಮುಗಿದುಹೋದುವಾ...? ಇಂತಹುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳು ಇನ್ನೂ ಇವೆಯಾ...?”

“ನಿನಗೆ ಬೇಕಾದರೆ ತಗೋ.. ಅಲ್ಲಿದೆ ನೋಡು. ಇನ್ನೊಂದು ತಗೋ...” ಎಂದು ಟೀಬಲ್ಲಿನ ಕಡೆ ತೋರಿಸಿದರು. ತೆಗೆದುಕೊಂಡೆ. ಅದೂ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳದೇ ಆಗಿತ್ತು.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21

“ಓಹೋ ಇದೂ ಅದೆ...! ಮಾವ ಇದರಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುತ್ತಾ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹುಡುಕೋನಿ.”

“ಆಯ್ತು”

$$1+3+5+7=16$$

$$3+5+7+9=24$$

$$5+7+9+11=32$$

$$7+9+11+13=40 \text{ ಹೀಗೆ...}$$

“ಮಾವ... ನಾಲ್ಕು ಅನುಕ್ರಮ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 8ರ ಗುಣಕ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಸರಿಯಾ...?”

“ನಿನಗೀಗ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ಬಹಳ ಬೇಗ ಗೊತ್ತಾಗ್ತಾ ಇದೆ ಅಲ್ಲಾ..?”

“ಮಾವ ನಿಮ್ಮ ಹತ್ತಿರ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳು ಇವೆಯಾ...?”

“ಹೌದು... ಅಂತಹ ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ನೀನೇ ಯಾಕೆ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಬಾರದು ? ಅದೂ ಒಂದು ಆಟ ಎಂದುಕೋ”

“ಆಯ್ತು ಮಾವ. ಮುಂದಿನ ವಾರ ಅಂತಹ ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ನಾನೇ ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಂಡು ಬರುತ್ತೇನೆ.”

**ಆರನೇ ಸುತ್ತಿನ ಅಲೆದಾಟ :** ಅನುಕ್ರಮ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

ವಾರಪೂರ್ತಿ ಮನೆಯಲ್ಲಿ ಕುಳಿತು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೂರು ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಂಡೆ. ಅದರಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೆಯದು ಹೀಗಿತ್ತು.

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

ಇದು ಅನುಕ್ರಮ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಕಲಿಯಲು ಅನುಕೂಲಕರವಾಗಿಯೇ ಇತ್ತು. ಅನುಕ್ರಮ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕೂಡಿ ನೋಡಿದಾಗ ಅಂತಹ ವಿಶೇಷ ವಿನ್ಯಾಸವೇನೂ ಕಾಣಲಿಲ್ಲ. ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ, ಮತ್ತು ಆ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರದ ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಬೆಸ ಎನ್ನುವುದು ಬಿಟ್ಟರೆ ಮತ್ತಾವ ವಿಶೇಷವೂ ಕಾಣಲಿಲ್ಲ. ಇಲ್ಲಿ ಅನುಕ್ರಮ ಜೋಡಿ ವರ್ಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಬೇರೆ ಬೇರೆಯಾಗಿದ್ದರಿಂದ ಈ ಮೊತ್ತಗಳ ನಡುವಿನ ಶ್ರೇಢಿ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಕಡೆಗೆ ನನ್ನ

ಗಮನಹರಿಯಿತು. ಮೊತ್ತಗಳು ಹೀಗಿವೆ... 5, 13, 25, 41, 61, 85... ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ಶ್ರೇಢಿ 8, 12, 16, 20, 24, ಹೀಗೆ...

ಈಗ ಮತ್ತೇ ಈ ಶ್ರೇಢಿಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಗಮನಿಸಿದೆ ಅದು 4, 4... ಆಗಿತ್ತು. ನಂತರ ನಾನು ಅನುಕ್ರಮ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಗಮನಿಸಿದೆ. ಅದು 3, 5, 7, 9, 11 ಹೀಗಿತ್ತು... ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಗಮನಿಸಿದೆ. ಅದು 2, 2, 2, ಹೀಗಿದೆ. ನನಗೊಂದು ಹೊಸ ಅಂಶ ತಿಳಿದುಬಂತು. ಅನುಕ್ರಮ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಮೊತ್ತ ಗಮನಿಸಿದಾಗ, ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಎರಡನೇ ಮೊತ್ತದಿಂದಾಚೆ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು ಅದು 4 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದರೆ ಅನುಕ್ರಮ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಗಮನಿಸಿದಾಗ, ಆ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು ಆ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 2 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇದೊಂದು ಹೊಸ ಬಗೆಯ ಅನುಭವ. ನನಗಂತೂ ಹೆಚ್ಚು ಶೋಧಿಸಲು ಹೊಸತೊಂದು ಮಾರ್ಗ ಸಿಕ್ಕಂತಾಯಿತು.

ಎರಡನೇ ಚಾರ್ಟ್ ಇದು

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

ಇದನ್ನು ಅನುಕ್ರಮ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿವಳಿಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿದ್ದೆ. ಇಲ್ಲಿ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದಿಗೆ ಹೋಲಿಸಿ ನೋಡಿದಾಗ ತುಂಬಾ ವಿಶಿಷ್ಟ ವಿನ್ಯಾಸವೊಂದು ಕಾಣಿಸಿತು.

ಅನುಕ್ರಮ ವರ್ಗಗಳ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ	ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
(1+9)=10	4
(4+16)=20	9
(9+25)=34	16
(16+36)=52	25

ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ನನಗೆ ಸಿಕ್ಕಿದ್ದು... ಇದು...

$$10/4=2, \text{ ಶೇಷ } 2$$

$$20/9=2, \text{ ಶೇಷ } 2$$

$$34/16=2, \text{ ಶೇಷ } 2$$

$$52/25=2, \text{ ಶೇಷ } 2 \text{ ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರೆಯುತ್ತದೆ...}$$

ಅನುಕ್ರಮ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡರಷ್ಟಕ್ಕಿಂತ 2 ಜಾಸ್ತಿ ಇರುತ್ತದೆ.

ಇದು ನನ್ನ ಮೂರನೇ ಚಾರ್ಟ್ ಇವು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

ಇದು ಅನುಕ್ರಮ ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಅಭ್ಯಾಸ ಮಾಡಲಿಕ್ಕಾಗಿ. ಮೊದಲು ಮೊತ್ತಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಬೇಕು. ಅದು ಹೀಗೆ... ಮೊದಲು ಮೊದಲ ಘನಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಗಣನೆಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು... ನಂತರ ಮೊದಲ ಎರಡು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳು... ನಂತರ ಮೊದಲ ಮೂರು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳು. ನಂತರ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳು.

ಈ ರೀತಿ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿದಾಗ ನನಗೆ ನಿಜಕ್ಕೂ ಅತ್ಯಾಶ್ಚರ್ಯ ಕಾದಿತ್ತು. ಏಕೆಂದರೆ ಮೊತ್ತಗಳೆಲ್ಲವೂ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದವು.

$$1+8=9$$

$$1+8+27=36$$

$$1+8+27+64=100 \text{ ಹೀಗೆ...}$$

1ರಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಅನುಕ್ರಮ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಜೋಡಿಯ ಮೊತ್ತ ಒಂದು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಥವಾ ಹೀಗೂ ಹೇಳಬಹುದು...,

ಮೊದಲೆರಡು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 3ರ ವರ್ಗವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಮೊದಲ ಮೂರು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 6ರ ವರ್ಗವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 10ರ ವರ್ಗವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಈ 3, 6, 10 ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಇದ್ದಕ್ಕಿದ್ದಂತೆ ಗಮನಿಸಿದೆ. ಆಗ ಇದನ್ನೇ ಇನ್ನೊಂದು ರೀತಿ ಹೇಳಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದೆ.

ಮೊದಲೆರಡು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಎರಡನೇ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಮೊದಲ ಮೂರು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮೂರನೇ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ನಾಲ್ಕನೇ ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಹೀಗೆ...

## ಅಲೆದಾಟಕ್ಕೆ ಬಿಡುವು

ಹೀಗೆ ಈ ವಾರ ನಾನು, ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಹುಡುಕಾಟಗಳ ಬಗ್ಗೆಯೇ ಮಾವನ ಜೊತೆ ಚರ್ಚಿಸಿದೆ. ಅವರು ನನ್ನನ್ನು ತುಂಬಾ ಪ್ರೀತಿಯಿಂದ ಅಭಿನಂದಿಸಿದರು. ನನ್ನ ಬೆನ್ನು ತಟ್ಟಿ ನಿನ್ನ ಬಗ್ಗೆ ನನಗೆ ಹೆಮ್ಮೆಯನಿಸುತ್ತಿದೆ ಎಂದರು. ಜೊತೆಗೆ Fun with Numbers ಎಂಬ ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ನನಗೆ ಕೊಟ್ಟರು. ಮುಂದಿನ ಆರು ತಿಂಗಳು ನಾನು ಊರಿನಲ್ಲಿರುವುದಿಲ್ಲ. ಕೆಲವು ಉಪನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ನೀಡಲು ವಿದೇಶಕ್ಕೆ ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದೇನೆ. ನಾನು ವಾಪಸ್ ಬಂದ ಮೇಲೆ ಆ ಅಲೆದಾಟವನ್ನು ಮತ್ತೆ ಪ್ರಾರಂಭಿಸೋಣ ಎಂದರು...

ಅಯ್ಯೋ... ಮುಂದಿನ ಕೆಲವು ವಾರಗಳು ನನ್ನ ಮಾವನ ಜೊತೆಯ ಈ ಅಲೆದಾಟವನ್ನು, ನಿಲ್ಲಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದಲ್ಲ, ಎಂದು ಸ್ವಲ್ಪ ನಿರಾಸೆಯಾಯಿತು. ಮತ್ತೆ ಕೇಳಿದೆ “ಮಾವ... ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಕಗಳು, ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳು, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇವುಗಳ ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳು ಏಕೆಲ್ಲ...?”

“ನೋಡು... ನೀನೀಗ ಒಬ್ಬ ಪುಟಾಣಿ ಗಣಿತಜ್ಞ. ನಿನಗೀಗ ಇದಕ್ಕೆ ಬೇಕಾದ ಜ್ಞಾನವಿದೆ. ಮತ್ತು ಯಾರ ಸಹಾಯವೂ ಇಲ್ಲದೆ ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಅಲೆದಾಡಬಲ್ಲೆ. ನೀನೀಗ ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಯಾವುದೇ ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿಕೊಂಡು ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಹೊಸ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹುಡುಕು. ನಿನಗೆ ಒಳ್ಳೆಯದಾಗಲಿ” ಎಂದರು.

ನನಗೆ ಆಕಾಶದಲ್ಲಿ ತೇಲುತ್ತಿದ್ದಂತೆ ಅನಿಸುತ್ತಿತ್ತು. ಮಾವ ಈ ಮುಂಚೆ ನಾನು ನಿಮ್ಮ ಮಾತನ್ನು ಕೇಳುತ್ತಿರಲಿಲ್ಲ. ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಕ್ಷಮಿಸಿ... ಎಂದೆ. ಮಾವ ನಸುನಗುತ್ತಾ “ಪರವಾಗಿಲ್ಲ... ಎಲ್ಲರ ವಿಷಯದಲ್ಲೂ ಆಗಾಗ ಈ ರೀತಿ ಆಗುತ್ತೆ.. ಅದನ್ನೆಲ್ಲಾ ಯೋಚಿಸಬೇಡ” ಎನ್ನುತ್ತ ಅಲ್ಲೇ ಟೇಬಲ್ಲಿನ ಮೇಲಿದ್ದ ಇನ್ನೊಂದು ಚಾರ್ಟ್ ಅನ್ನು ನೀಡಿದರು.

ಅದರಲ್ಲಿದ್ದುದು ಇದು...

$$1+2=3$$

$$4+5+6=7+8$$

$$9+10+11+12=13+14+15$$

$$16+17+18+19+20=21+22+23+24... \text{ ಇಷ್ಟೇ...}$$

“ಸರಿ ಈಗ ಈ ನಾಲ್ಕು ಸಾಲಿನ ಕ್ರಮ ಅನುಸರಿಸಿ 10ನೇ ಸಾಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಹೇಳು... ಆದರೆ ಎಲ್ಲಿಯೂ ಬರೆದು ನೋಡದೆ ಹೇಳಬೇಕು.”

ಇದುವರೆಗೂ ನಾನು ನೋಡಿದ ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳಿಗಿಂತ ಇದು ಭಿನ್ನವಾಗಿತ್ತು. ಜೊತೆಗೆ ಇದು ನಿಜವಾದ ಸವಾಲನ್ನು ಹಾಕುತ್ತಿತ್ತು. ಈ ಸವಾಲನ್ನು ಮಾವನ ಸಹಕಾರವಿಲ್ಲದೇ ನಾನೇ ಬಿಡಿಸಬೇಕು ಎಂದುಕೊಂಡು ಅದನ್ನು ಕ್ರಮಬದ್ಧವಾಗಿ ಗಮನಿಸುತ್ತಾ ಹೋದೆ.



ಸಾಲಿನ ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ	ಎಡಗಡೆ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ
1	1
2	4
3	9
4	16 ಹೀಗೆ...

ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಲು ಒಂದು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದಾಯಿತು. ಮೊದಲ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾಲು 1ರ ವರ್ಗದಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗಿದೆ. 2ನೇ ಸಮಾನಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾಲು 2ರ ವರ್ಗದಿಂದ, 3ನೇ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾಲು 3ರ ವರ್ಗದಿಂದ, ಹಾಗಾದರೆ 10ನೇ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾಲು 10ರ ವರ್ಗ ಅಂದರೆ 100ರಿಂದಲೇ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗಬೇಕು. ಈಗ ನನಗೆ ಅರ್ಥ ಉತ್ತರ ಸಿಕ್ಕಿದಂತಾಯಿತು. ಈಗ ನಾನು ಈ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾಲಿನ ಎಡಗಡೆ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಬಲಗಡೆ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳಬೇಕು.

ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾಲಿನ ಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆ	ಎಡಗಡೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	ಬಲಗಡೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು
1	2	1
2	3	2
3	4	3
4	5	4 ಹೀಗೆ

ಹೀಗೆ..

ಮೊದಲ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಎಡಗಡೆ 2 ಬಲಗಡೆ 1 ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ.

ಎರಡನೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಎಡಗಡೆ 3 ಬಲಗಡೆ 2 ಸಂಖ್ಯೆ ಇದೆ.

ಹಾಗಾದರೆ ಹತ್ತನೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಎಡಗಡೆ ಹನ್ನೊಂದು, ಬಲಗಡೆ ಹತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರಬೇಕು.

ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ 100 ಎಂದು ಗೊತ್ತಾಗಿದೆ. ಅದನ್ನು ಹೀಗೆ ಬರೆದೆ...  
 $100+101+102+103+104+105+106+107+108+109+110=111+112+113+114+115+116+117+118+119+120$ .

ಕೂಡಲೇ ನನ್ನ ಮಾವ ಎದ್ದು ನಿಂತು ನನ್ನ ಕೈಕುಲುಕಿ ನನ್ನನ್ನು ಅಭಿನಂದಿಸಿದರು. ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳುವುದರಿಂದ ಯಾರನ್ನು ಬೇಕಾದರೂ ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಹೊಸದನ್ನು ಹುಡುಕಲು ಪ್ರೇರೇಪಿಸಬಹುದೆಂಬುದು ಅವರಿಗೆ ಗೊತ್ತಿತ್ತು. ಇದೇ ಚಾರ್ಟ್ ಅನ್ನು ಇಟ್ಟುಕೊಂಡು ಕೇಳಬಹುದಾದ ಇನ್ನೂ ಕೆಲವು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಹುಡುಕುವಂತೆ ನನಗೆ ಹೇಳಿದರು. ನಾನು ಕೆಲ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಈ ರೀತಿ ಪಟ್ಟಿ ಮಾಡಿದೆ.

1. ಯಾವುದೇ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ ಬಲಗಡೆಗೆ ಇರುವ ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು...?
  2. ಎಡಗಡೆ ಇರುವ ಸಮಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು ?
  3. ಬಲಗಡೆ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೆಷ್ಟು ?
  4. ಬಲಗಡೆ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ?
  5. ಎಡಗಡೆ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಯಾವುದು ?
  6. ಇದೇ ರೀತಿಯ ಸಮಾನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾಲುಗಳನ್ನು, ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಂಖ್ಯೆಯೊಂದರ ಗುಣಕಗಳಿಂದ ಮಾಡಬಹುದೇ...?
- “ಸರಿ ನಿನಗೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಕೇಳುವ ಮತ್ತು ಉತ್ತರ ಹುಡುಕುವ ಜಾಣ್ಮೆ ಮತ್ತು ಸಾಮರ್ಥ್ಯ ಎರಡೂ ಇದೆ. ಹೊಸದನ್ನು ಹುಡುಕಲು ಬೇಕಿರುವುದೇ ಇವೆರಡು. ನಿನ್ನನ್ನು ಇನ್ನು ಮುಂದೆ ನಾನು ಗಣಿತದ ಕಿರಿಯ ಸಂಶೋಧನಾ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿ ಎಂದೇ ಕರೆಯುತ್ತೇನೆ...” ಎಂದರು ಮಾವ.
- “ನಾನು ಹಿರಿಯ ಗಣಿತಜ್ಞನಾಗಲು ಇನ್ನೂ ಎಷ್ಟು ದಿನ ಬೇಕಾಗಬಹುದು ? ಮಾವ” ಎಂದೆ.
- “ಯಾವಾಗ ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿ ಗಣಿತದ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳನ್ನು ತಾರ್ಕಿಕವಾಗಿ ನಿರೂಪಿಸುವ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲಗಳೆಯುವ ಕಲೆ ಮತ್ತು ಕೌಶಲವನ್ನು ಪಡೆಯುತ್ತಾನೋ ಆಗ ಅವನೊಬ್ಬ



ಹಿರಿಯ ಗಣಿತಜ್ಞನಾಗುತ್ತಿದ್ದಾನೆ., ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು. ನಾನು ವಿದೇಶದಿಂದ ಬಂದ ಕೂಡಲೆ.. ಗಣಿತದಲ್ಲಿ ಸಿದ್ಧಾಂತಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವುದನ್ನು ನಿನಗೆ ತಿಳಿಸಿಕೊಡುತ್ತೇನೆ.”

“ಸರಿ ಮಾವ. ಆ ದಿನಗಳಿಗಾಗಿ ಕಾಯುತ್ತೇನೆ. ಈ ಕೆಲವು ವಾರಗಳಲ್ಲಿ ನನಗೆ ಜೀವನದ ಆನಂದವನ್ನು ಪರಿಚಯ ಮಾಡಿಸಿದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ನಾನು ಎಷ್ಟು ಧನ್ಯವಾದ ಹೇಳಿದರೂ ಸಾಲದು” ನನ್ನ ಕಣ್ಣುಗಳಲ್ಲಿ ನೀರಾಡುತ್ತಿತ್ತು. “ಧನ್ಯವಾದಗಳು ಮಾವ” ನಂತರ ನಾನು ನನ್ನ ಮಾವನೊಂದಿಗಿನ ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದ ಅಲೆದಾಟಕ್ಕೆ ತಾತ್ಕಾಲಿಕ ವಿರಾಮ ಹೇಳಿದೆ. ಆದರೆ ನನ್ನ ಏಕಾಕಿ ಅಲೆದಾಟವಂತೂ ನಡೆದೇ ಇತ್ತು...

### ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು:

01. ಯಾವುದೇ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.
02. ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
03. ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
04. ಯಾವುದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವನ್ನು ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಶೇಷ 1 ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.
05. (1, 2) ಈ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ, ಮಿಕ್ಕ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗವನ್ನು ಚಿಕ್ಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 1 ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.
06. ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.
07. ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿ, ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗದ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.
08. ಮೂರು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 3ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
09. ಮೂರು ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು 6ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
10. ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿವಳಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಮೂರನೆ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಶೇಷ 2 ಉಳಿಯುತ್ತದೆ.
11. ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿವಳಿಯಲ್ಲಿ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು ಅದು ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಹಿಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
12. ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿ, ಮಧ್ಯದ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಮೊದಲ ಎರಡು ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಉಳಿದೆಲ್ಲವುಗಳಲ್ಲಿ ಭಾಗಲಬ್ಧವು, ಭಾಜಕಕ್ಕಿಂತ 3 ಜಾಸ್ತಿ ಇರುತ್ತದೆ.
13. ಅನುಕ್ರಮ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಮಧ್ಯದೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
14. ಅನುಕ್ರಮ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಮಧ್ಯದೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಕ್ಕಿಂತ 2 ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ.

15.  $\{n(n-1)+1\}$  ಸಂಬಂಧವಿರಿಸಿಕೊಂಡ ಬೆಸಸಂಖ್ಯಾ ಶ್ರೇಣಿಯ 'n' ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು  $n \times 3$  ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.
16. ಅನುಕ್ರಮ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು, ಅವೇ ಅನುಕ್ರಮ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗಕ್ಕಿಂತ 1 ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ.
17. ಅನುಕ್ರಮ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಆ ಗುಂಪಿನ ಮಧ್ಯದೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಎರಡರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ. ಅಥವಾ ಅಂಚಿನೆರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಎರಡರಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.
18. ಅನುಕ್ರಮ ನಾಲ್ಕು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಎರಡನೆ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕಿಂತ 2 ಕಡಿಮೆ ಇರುತ್ತದೆ.
19. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಒಂದು ಚೌಕ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
20. ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮಾಗತ ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿನ ಅಂಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು, ತ್ರಿವಳಿಯ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ದ್ವಿಗುಣಕ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮುಂದಿನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.
21. ಯಾವುದೇ ಕ್ರಮಾಗತ ತ್ರಿವಳಿಗಳ ಅಂಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು, 3ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಆ ತ್ರಿವಳಿಯು, ಮೊದಲು ಪಡೆದ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಗುಣಕವೂ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
22.  $\{n(n-1)+1\}$  ಈ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಮೊದಲುಗೊಳ್ಳುವ ಬೆಸಸಂಖ್ಯಾ ಗಣದ 'n' ಕ್ರಮಾಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 3 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
23. 1ರಿಂದ ಪ್ರಾರಂಭವಾಗುವ ಕ್ರಮಾಗತ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಒಂದು ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.
24.  $n(n-1)+1$  ರಿಂದ ಶುರುವಾಗುವ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆ ಶ್ರೇಣಿಯ 'n' ಕ್ರಮಾಂಕದ, ಕ್ರಮಾಗತ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣದಲ್ಲಿನ, ಮೊದಲ ಕ್ರಮಾಂಕದ ಕ್ರಮಾಗತ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣದಲ್ಲಿನ, ಮೊದಲ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 'n' ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷ ಸಂಖ್ಯೆ '1' ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಭಾಜಕಕ್ಕಿಂತಲೂ 1ರಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಿರುತ್ತದೆ.
25. ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾಗತ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 8ರ ಗುಣಕವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
26. ಎರಡು ಕ್ರಮಾಗತ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತದ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯವಕಲನವು ಎರಡನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ 4ನ್ನು ಸಮಾನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ಉಳಿಸುತ್ತದೆ.
27. ಎರಡು ಕ್ರಮಾಗತ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯವಕಲನ ಸಂಖ್ಯೆ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿ ಅಕ್ಕಪಕ್ಕದ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯವಕಲನವು ಮೊದಲನೇ ಹಂತದಲ್ಲಿ 2ನ್ನು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸವಾಗಿ ಉಳಿಸುತ್ತದೆ.
28. ಕ್ರಮಾಗತ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆಗಳ ತ್ರಿವಳಿಗಳಲ್ಲಿನ, ಅಂಚಿನ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೊತ್ತವು, ತ್ರಿವಳಿಯ ಮಧ್ಯದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಎರಡರಷ್ಟಕ್ಕೆ 2ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ.

29. ಕ್ರಮಾಗತ 'n' ಘನಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 'n' ಕ್ರಮಾಂಕದ ತ್ರಿಕೋನ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವರ್ಗದಷ್ಟಿರುತ್ತದೆ.

30.  $2(n-1)$  ರಿಂದ ಶುರುವಾಗುವ ಶ್ರೇಣಿಯ 'n' ಕ್ರಮಾಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 'n' ಕ್ರಮಾಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಬಳಿಕ ಇರುವ  $(n-1)$  ಕ್ರಮಾಗತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಸುತ್ತಾಟವು ಕುತೂಹಲ ಭರಿತ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರದ ಪ್ರವೇಶ ಮಾಡಬಯಸುತ್ತದೆ. ಇದಕ್ಕಾಗಿ ಅತಿ ಸರಳ ಕುಶಲತೆಯೂ, ಕುಶಾಗ್ರಮತಿಯೂ ಅಗತ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ. ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಮೈನವಿರೇಳಿಸುವ ಸಂಖ್ಯಾ ವಿನ್ಯಾಸಗಳು ತುಂಬಿವೆ. ಸ್ನೇಹಮಯ ಪರಿಸರದಲ್ಲಿ ಅಂಕಿ/ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವಿಭಿನ್ನ ಹಾಗೂ ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಮಕ್ಕಳು ಶೋಧಿಸುತ್ತಾರೆ.



## ಪಿ. ಕೆ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್ : ಸಂಖ್ಯಾಲೋಕದಲ್ಲಿ ಅಲೆದಾಟ

ಈ ಕೃತಿಯು ಸೇರಿದಂತೆ ಒಟ್ಟು ನವಕರ್ನಾಟಕ ಶೀರ್ಷಿಕೆಗಳು : 1458

ಮರುಮುದ್ರಣಗಳು ಸೇರಿ ಒಟ್ಟು ನವಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರಕಟಣೆಗಳು : 3685

### ಶೀರ್ಷಿಕೆಗಳ ಅಂಕಿ-ಅಂಶಗಳು

ಮಕ್ಕಳ ಪುಸ್ತಕಗಳು	... 152	ಕ್ರಾಂತಿ ಕಿಡಿಗಳು ಮಾಲೆ	... 20
ಚಿತ್ರಕಲೆ, ರಂಗಭೂಮಿ, ಕಲಾಕೋಶ	13	ಹೊಸತು ವಾಚಿಕೆ ಮಾಲೆ	... 18
ವಿಜ್ಞಾನಕೋಶ, ಮಾಹಿತಿಕೋಶಗಳು, ಸ್ಪರ್ಧಾ ಕೃಷಿಡಿಗಳು	... 13	ಜೀವನ ಚರಿತ್ರೆ, ವ್ಯಕ್ತಿ ಚಿತ್ರಣ	... 40
ಲೋಕಜ್ಞಾನ ಮಾಲೆ	... 9	ಸಾಹಿತ್ಯ ಚರಿತ್ರೆ, ವಿಮರ್ಶೆ, ಸಂಕೀರ್ಣ	16
ಇಂದ್ರಜಾಲ	... 3	ನವಕರ್ನಾಟಕ ಸಾಹಿತ್ಯ ಸಂಪದ ಮಾಲೆ	52
ಗಣಿತ	... 5	ಪ್ರವಾಸ ಕಥನ, ಅನುಭವ, ಪ್ರಬಂಧ	24
ಗಣಿತ ಸಂವತ್ಸರ ಮಾಲೆ	... 2	ಆತ್ಮಕಥನ	... 8
ನವಕರ್ನಾಟಕ ಜ್ಞಾನ-ವಿಜ್ಞಾನ ಮಾಲೆ	7	ವನಿತಾ ಚಿಂತನ ಮಾಲೆ	... 20
ವಿಜ್ಞಾನ - ಸರಳ ಪರಿಚಯ ಮಾಲೆ	... 20	ವಿಶ್ವಕಥಾಕೋಶ ಮಾಲೆ	... 25
ಜನಪ್ರಿಯ ವಿಜ್ಞಾನ, ತಂತ್ರಜ್ಞಾನ	... 87	ಕಾದಂಬರಿ, ಕಥೆ, ಕವನ, ನಾಟಕ	... 95
ಪರಿಸರ ವಿಜ್ಞಾನ, ಅರಣ್ಯ ಶಾಸ್ತ್ರ, ವನ್ಯಜೀವಿ ಸಂರಕ್ಷಣೆ	... 16	ಹಾಸ್ಯಸಾಹಿತ್ಯ	... 21
ಕೃಷಿ, ಹೈನುಗಾರಿಕೆ	... 16	ಅಕ್ಷರ ಕಿರಣ ಮಾಲೆ	... 135
ಅಡುಗೆ	... 4	ನವಕರ್ನಾಟಕ ಚಿತ್ರ ಖಜಾನೆ	... 19
ಆರೋಗ್ಯ, ವೈದ್ಯಕೀಯ, ಮನೋವಿಜ್ಞಾನ	... 131	Children's Literature	... 28
ಯೋಗ, ವ್ಯಾಯಾಮ, ಕ್ರೀಡೆ	... 5	English Grammar & Language	22
ವ್ಯಕ್ತಿ ವಿಕಸನ ಮಾಲೆ	... 37	Popular Science & Technology	6
ವೈಯಕ್ತಿಕ ವಿಕಾಸ, ಸ್ವ-ಸಹಾಯ	... 4	Magic	... 2
ಶಿಕ್ಷಣ	... 24	Health & Medical Science	... 15
ಕನ್ನಡ ಕಲಿಕೆ, ವ್ಯಾಕರಣ, ಭಾಷಾಶಾಸ್ತ್ರ	8	Law, Crime Prevention & Consumer Protection	... 11
ಪದಕೋಶಗಳು, ಅರ್ಥಕೋಶಗಳು	12	History, Economics & Socio-Political	... 8
ಕಾನೂನು, ಅಪರಾಧ ನಿಯಂತ್ರಣ, ಗ್ರಾಹಕ ಸಂರಕ್ಷಣೆ, ಸಂವಿಧಾನ	... 21	Rational Literature	... 6
ತತ್ವಶಾಸ್ತ್ರ, ಮತಧರ್ಮ	... 23	Philosophy	... 9
ವಿಚಾರ ಸಾಹಿತ್ಯ, ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಮನೋಧರ್ಮ	... 45	Biographies, Memoirs & Essays	4
ಸಮಾಜ ಶಾಸ್ತ್ರ	... 22	Fiction	... 2
ಆರ್ಥಿಕ, ಸಾಮಾಜಿಕ, ರಾಜಕೀಯ	... 69	Navakarnataka Picture Treasure	19
ಸ್ವಾತಂತ್ರ್ಯೋತ್ತರ ಭಾರತ ಅವಲೋಕನ	12	ಹಿಂದಿ ಪುಸ್ತಕಗಳು	... 5
ಇತಿಹಾಸ	... 43	ಇತರೆ	... 25
		ಒಟ್ಟು ಶೀರ್ಷಿಕೆಗಳು	...1458
		ಮರುಮುದ್ರಣಗಳು (ಕನ್ನಡ)	...2062
		ಮರುಮುದ್ರಣಗಳು (ಇಂಗ್ಲಿಷ್)	... 165
		ಒಟ್ಟು ಪ್ರಕಟಣೆಗಳು	...3685

## ನವಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರಕಟಣೆಗಳು

### ಗಣಿತ

ಅಂಕಗಣಿತ (ಶೀಘ್ರ ಸ್ವಯಂಕಲಿಕಾ ಕೃತಿ. 9ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಟಿ. ಪಿ. ಲಿಂಗಪ್ಪ	55.00
ಬೀಜಗಣಿತ (ಶೀಘ್ರ ಸ್ವಯಂಕಲಿಕಾ ಕೃತಿ. 8ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಟಿ. ಪಿ. ಲಿಂಗಪ್ಪ	50.00
ರೇಖಾಗಣಿತ (ಶೀಘ್ರ ಸ್ವಯಂಕಲಿಕಾ ಕೃತಿ. 8ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಟಿ. ಪಿ. ಲಿಂಗಪ್ಪ	40.00
ಚಮತ್ಕಾರದ ಗಣಿತ : 100 ಸಮಸ್ಯೆಗಳು-ಉತ್ತರಗಳು	ಡಾ   ಆನಂದ ದೇಶಪಾಂಡೆ	35.00
ಮೋಜಿನ ಗಣಿತ (5ನೇ ಮು.) ಯಾಕೂಬ್ ಪರಲ್ವಿನ್ (ಅನು: ಅಡ್ಲೂರು ಕೃಷ್ಣರಾವ್)		90.00

### ನವಕರ್ನಾಟಕ ಜ್ಞಾನ-ವಿಜ್ಞಾನ ಮಾಲೆ

(ಸಂಪಾದಕರು: ಪ್ರೊ|| ಅಡ್ಲೂರು ಕೃಷ್ಣ ಭಟ್)

ವಿಜ್ಞಾನ ಎಂದರೇನು ? (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಪ್ರೊ   ಜಿ. ಆರ್. ಲಕ್ಷ್ಮಣರಾವ್	45.00
ಪರಮಾಣು-ಅಣು (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಸರ್ವೋತ್ತಮ ವೈ. ಅಂಬೇಕರ್	45.00
ಕಾಮನಬಿಲ್ಲು (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಪ್ರೊ   ಅಡ್ಲೂರು ಕೃಷ್ಣ ಭಟ್	45.00
ಜೀವಾಧಾರ ಮಣ್ಣು (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಪಿ. ಶಿವರಾಮ ರೈ	45.00
ಜೀವಂತ ಕೋಶ (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಪಿ. ಕೆ. ರಾಜಗೋಪಾಲ್	45.00
ನಮ್ಮ ದೇಹ (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಸಿ. ಆರ್. ಚಂದ್ರಶೇಖರ್	45.00
ದೈಹಿಕ ಸ್ವಚ್ಛತೆ (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ನಾ. ಸೋಮೇಶ್ವರ	45.00

### ವಿಜ್ಞಾನ - ಸರಳ ಪರಿಚಯ

(ಪ್ರಧಾನ ಸಂಪಾದಕರು: ಪ್ರೊ|| ಡಿ. ಆರ್. ಬಳೂರಗಿ)

ಬೆಳಕು (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಪ್ರೊ   ಡಿ. ಆರ್. ಬಳೂರಗಿ	60.00
ಬಲ ಮತ್ತು ಚಲನೆ (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಪ್ರೊ   ಡಿ. ಆರ್. ಬಳೂರಗಿ	60.00
ಶಾಖ ಮತ್ತು ಶಬ್ದ (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಪ್ರೊ   ಡಿ. ಆರ್. ಬಳೂರಗಿ	60.00
ಪರಮಾಣು ನ್ಯೂಕ್ಲಿಯಸ್	ಪ್ರೊ   ಡಿ. ಆರ್. ಬಳೂರಗಿ	60.00
ವಿದ್ಯುತ್ಕಾಂತತ್ವ	ಪ್ರೊ   ಡಿ. ಆರ್. ಬಳೂರಗಿ	60.00
ವಿದ್ಯುನ್ಮಾನ ವಿದ್ಯಮಾನಗಳು	ಎಸ್. ಕ್ಷಮಾ	60.00
ಅಣು, ಪರಮಾಣು ಮತ್ತು ಸಂಯುಕ್ತಗಳು	ಡಾ   ಹೆಚ್. ರಾಮಚಂದ್ರ ಸ್ವಾಮಿ	60.00
ಗಾಳಿ ಮತ್ತು ಅನಿಲಗಳು (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಹೆಚ್. ರಾಮಚಂದ್ರ ಸ್ವಾಮಿ	60.00
ಇಂಧನಗಳು (2ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಹೆಚ್. ರಾಮಚಂದ್ರ ಸ್ವಾಮಿ	50.00
ಆಮ್ಲ, ಪ್ರತ್ಯಾಮ್ಲ ಮತ್ತು ಲವಣಗಳು	ಬಿ. ವಿ. ಸುಭದ್ರ	60.00
ಕಾರ್ಬನ್ (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಸರ್ವೋತ್ತಮ ಅಂಬೇಕರ್	60.00
ನೀರು (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ	50.00
ಜೀವಿ ವೈವಿಧ್ಯ ಮತ್ತು ವಿಕಾಸ	ಡಾ   ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ	60.00
ಜೈವಿಕ ತಂತ್ರಜ್ಞಾನ (2ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ	60.00
ಜೀವಕೋಶ ಮತ್ತು ಸೂಕ್ಷ್ಮ ಜೀವಿಗಳು (3ನೇ ಮು.)	ಡಾ   ಪಿ. ಕೆ. ರಾಜಗೋಪಾಲ್	50.00
ಸಸ್ಯಗಳು (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಸುಮಂಗಲ ಎಸ್. ಮುಮ್ಮಿಗಟ್ಟಿ	50.00
ಪ್ರಾಣಿಗಳು (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಸುಮಂಗಲ ಎಸ್. ಮುಮ್ಮಿಗಟ್ಟಿ	50.00

ಮಾನವ ದೇಹ (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಸಿ. ಆರ್. ಚಂದ್ರಶೇಖರ್	60.00
ಜ್ಞಾನೇಂದ್ರಿಯಗಳು	ಡಾ   ನಾ. ಸೋಮೇಶ್ವರ	60.00
ಪರಿಸರ ಅಧ್ಯಯನ (2ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಎಚ್. ಆರ್. ಕೃಷ್ಣಮೂರ್ತಿ	60.00

### ಜನಪ್ರಿಯ ವಿಜ್ಞಾನ, ತಂತ್ರಜ್ಞಾನ

ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ ಪ್ರಪಂಚ	ಟಿ. ಜಿ. ಶ್ರೀನಿಧಿ	120.00
ನ್ಯಾನೊಪ್ರಪಂಚ (ನ್ಯಾನೊವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ನ್ಯಾನೊತಂತ್ರಜ್ಞಾನದ ಪರಿಚಯ. 2ನೇ ಮು.)		
ಪ್ರೊ   ಸಿ. ಎನ್. ಆರ್. ರಾವ್ (ಅನು: ಇಂದುಮತಿ ರಾವ್)		200.00
ವರ್ಣ ಮಾಯಾಜಾಲ (ಒಂದು ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ)	ಡಾ   ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ	475.00
ಜೀವಜಗತ್ತಿನ ಕೌತುಕಗಳು : ಚಲನೆ (4ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ	80.00
ಜೀವಜಗತ್ತಿನ ಕೌತುಕಗಳು : ಲಾಲನೆ-ಪಾಲನೆ (4ನೇ ಮು.)	ಡಾ   ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ	80.00
ಜೀವಜಗತ್ತಿನ ಕೌತುಕಗಳು : ಪ್ರೀತಿ-ಪ್ರಣಯ (3ನೇ ಮು.)	ಡಾ   ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ	80.00
ಜೀವಜಗತ್ತಿನ ಕೌತುಕಗಳು : ನಿದ್ರೆ-ವಿಶ್ರಾಂತಿ (2ನೇ ಮು.)	ಡಾ   ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ	80.00
ಜೀವಜಗತ್ತಿನ ಕೌತುಕಗಳು : ಹುಟ್ಟು-ಸಾವು (2ನೇ ಮು.)	ಡಾ   ಎನ್. ಎಸ್. ಲೀಲಾ	80.00
ಪ್ರಾಣಿಲೋಕದ ವಿಸ್ಮಯಗಳು	ಜಿ. ವಿ. ಗಣೇಶಯ್ಯ	65.00
ವಿಶ್ವದಲ್ಲಿ ಜೀವಾಂಕುರ. ಎಂದು ? ಮತ್ತು ?	ಎಂ. ಎಸ್. ಚಡ್ಡಾ, ಬಾಳ ಪೋಂಡೆ	70.00
ಅದೃಶ್ಯಲೋಕದ ಅಗೋಚರ ಜೀವಿಗಳು (2ನೇ ಮು.)	ಡಾ   ನಾ. ಸೋಮೇಶ್ವರ	80.00
ಶರೀರವೋ ರಣರಂಗವೋ ? (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಬಾಳ ಪೋಂಡೆ	50.00
ಇದೇಕೆ ಹೀಗೆ ? (8ನೇ ಮುದ್ರಣ) (ಸಂಗ್ರಹ - ಅನುವಾದ: ಕೊಳ್ಳೇಗಾಲ ಶರ್ಮ)		90.00
ಏನು ? ಏಕೆ ? ಹೇಗೆ ? (ವಿಜ್ಞಾನ ಪ್ರಶ್ನೋತ್ತರಗಳು. 12ನೇ ಮು.)	ಡಾ   ಆನಂದ ದೇಶಪಾಂಡೆ	40.00
ಕುತೂಹಲ ಕೆರಳಿಸುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು-ಉತ್ತರಗಳು	ಕೆ. ಎಲ್. ಗೋಪಾಲಕೃಷ್ಣ ರಾವ್	110.00
ವಿಚಿತ್ರ ಸತ್ಯಗಳು, ಕುತೂಹಲಕರ ಕತೆಗಳು (2ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಜಿ. ವಿ. ಗಣೇಶಯ್ಯ	100.00
ವಿಜ್ಞಾನ ಪ್ರಪಂಚ - ವಿಚಿತ್ರ ಸಂಗತಿಗಳು (10ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಕೈವಾರ ಗೋಪೀನಾಥ್	30.00
ವಿಜ್ಞಾನ ಪ್ರಪಂಚ - ಸ್ವಾರಸ್ಯ ಸಂಗತಿಗಳು (9ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಕೈವಾರ ಗೋಪೀನಾಥ್	30.00
ವಿಜ್ಞಾನ ಪ್ರಪಂಚ - ಸಂಶೋಧನೆಯ ಜಗತ್ತು (7ನೇ ಮು.)	ಕೈವಾರ ಗೋಪೀನಾಥ್	35.00
ಫಿಸಿಕ್ಸ್ ಮತ್ತು ಐನ್‌ಸ್ಟೈನ್ (5ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಪ್ರೊ   ಅಡ್ಲೂರು ಕೃಷ್ಣ ಭಟ್	85.00
ವಿಜ್ಞಾನ ವಿಸ್ಮಯ (ಆಯ್ದ ಲೇಖನಗಳು. 5ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಪಾ. ವೆಂ. ಅಚಾರ್ಯ	150.00
ಮರಳ ಮೇಲಿನ ಹೆಜ್ಜೆಗಳು (ಜನಪ್ರಿಯ ವಿಜ್ಞಾನ ಲೇಖನಗಳ ಸಂಕಲನ) ಕೊಳ್ಳೇಗಾಲ ಶರ್ಮ		70.00
ಗಡಿಯಾರದ ಕಥೆ (ವಿಸ್ತೃತ 4ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಎಂ. ಎಸ್. ಚಂದ್ರಶೇಖರ್ ಅಯ್ಯರ್	40.00
ಕ್ಯಾಲೆಂಡರ್ ಕಥೆ (5ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಮಹೇಂದ್ರರ ನಳಿನೀಮೋಹನ್	100.00
ಖಗೋಳ ವಿಜ್ಞಾನದ ಕಥೆ (2ನೇ ಮು.) ಉದಯ ಪಾಟೀಲ್ (ಅನು: ಪಿ. ಆರ್. ವಿಶ್ವನಾಥ್)		75.00
ಅಂತರಿಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಮಾನವ	ಪಿ. ರಾಧಾಕೃಷ್ಣನ್ (ಅನು: ಕೆ. ಎಲ್. ಗೋಪಾಲಕೃಷ್ಣ ರಾವ್)	60.00
ತಾರಾಂತರಂಗ (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಬಿಮಾನ್ ಬಸು (ಅನು: ಕೊಳ್ಳೇಗಾಲ ಶರ್ಮ)	50.00
ಆಗಸದ ಅಲೆಮಾರಿಗಳು (2ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಬಿ. ಎಸ್. ಶೈಲಜಾ	100.00
ಶುಕ್ರಗ್ರಹದ ಸಂಕ್ರಮಣ (2ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಬಿ. ಎಸ್. ಶೈಲಜಾ	40.00
ಭೂಮಿಯಿಂದ ಬಾನಿನತ್ತ (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಪಿ. ಆರ್. ವಿಶ್ವನಾಥ್	125.00
ಚುಕ್ಕೆ ಚಂದ್ರಮ ('ಜನಪ್ರಿಯ ವಿಜ್ಞಾನ' ಕವನ ಸಂಕಲನ. 4ನೇ ಮು.)	ಎಸ್. ಮಂಜುನಾಥ್	50.00
ಹಾರಾಡುವ ತಟ್ಟೆಗಳು (ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ಲೇಖನಗಳು. 5ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಜಿ. ಆರ್. ಲಕ್ಷ್ಮಣ ರಾವ್	70.00

ವೈಜ್ಞಾನಿಕ ದೃಷ್ಟಿಯನ್ನು ಬೆಳೆಸಿಕೊಳ್ಳುವುದು ಹೇಗೆ ?	ಜೆ. ಆರ್. ಲಕ್ಷ್ಮಣ ರಾವ್	50.00
ಜನಸಾಮಾನ್ಯರಿಗೆ ಎಂಥ ವಿಜ್ಞಾನ ಬೇಕು ? (6ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಜೆ. ಆರ್. ಲಕ್ಷ್ಮಣ ರಾವ್	60.00
ಚಕ್ರ (ಜನಪ್ರಿಯ ವಿಜ್ಞಾನ ಲೇಖನಗಳು. 4ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಜೆ. ಆರ್. ಲಕ್ಷ್ಮಣ ರಾವ್	60.00
ಬೈಜಿಕ ವಿದ್ಯುತ್ತು (2ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಜೆ. ಆರ್. ಲಕ್ಷ್ಮಣ ರಾವ್	60.00
ಬೈಜಿಕ ವಿದ್ಯುತ್. ಒಂದು ಪರಿಚಯ (ವಿಸ್ತೃತ 2ನೇ ಮು.)	ಡಾ   ಎಮ್. ಎಸ್. ಎಸ್. ಮೂರ್ತಿ	70.00
ಭವಿಷ್ಯದ ಭರವಸೆ : ಹಸಿರು ಇಂಧನ (2ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಟಿ. ಎಸ್. ಗೋಪಾಲ್	50.00
ಸೌರಶಕ್ತಿಯ ಕಥೆ	ಅರವಿಂದ ಗುಪ್ತ (ಅನು : ಟಿ. ಆರ್. ಅನಂತರಾಮು)	65.00
ಶಕ್ತಿಯ ಬಳಕೆಯಲ್ಲಿ ಯುಕ್ತಿ (ಪರಿಸರ ಮಾಲಿನ್ಯಕ್ಕೊಂದು ಪರಿಹಾರ. 2ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಬಿ. ಎಸ್. ಸಿದ್ದರಾಮಯ್ಯ, ಡಾ   ಕೆ. ವೆಂಕಟರಂಗ ನಾಯಕ	35.00
ಸಂಪನ್ಮೂಲಗಳಿಗಾಗಿ ಸಮುದ್ರಮಥನ (2ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಟಿ. ಕೆ. ಎಸ್. ಮೂರ್ತಿ	60.00
ಆಪತ್ಕಾಲಕ್ಕೆ ಅಂತರ್ಜಲ (4ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಎನ್. ಪಿ. ಶ್ರೀಕಾಂತ್	20.00
ಕೊಳವೆಬಾವಿಗೆ ಜಲ ಮರುಪೂರಣ (6ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಎನ್. ಜೆ. ದೇವರಾಜ ರೆಡ್ಡಿ	30.00
ಬತ್ತದ ಕೊಳವೆಬಾವಿಯಲ್ಲಿ ಉಕ್ಕಿದ ಗಂಗೆ (3ನೇ ಮು.)	ಎನ್. ಜೆ. ದೇವರಾಜ ರೆಡ್ಡಿ	80.00
ಸಿವಿಲ್ ಇಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್. ಒಂದು ಪರಿಚಯ (ವಿಸ್ತೃತ 2ನೇ ಮು.)	ಎಂ. ಜಿ. ಶ್ರೀನಿವಾಸನ್	200.00

#### ♦ ಎಳೆಯರಿಗಾಗಿ ವಿಜ್ಞಾನ

ಸುಣ್ಣದಿಂದ ಅಮೃತಶಿಲೆ (2ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಎಲ್. ಎಸ್. ಶ್ಯಾಮಸುಂದರ ಶರ್ಮ	65.00
ಎಲ್ಲಿಂದ ಬಂತು ಬೂಸ್ಟ್ ? (2ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಎಲ್. ಎಸ್. ಶ್ಯಾಮಸುಂದರ ಶರ್ಮ	65.00
ದೇಹಲೋಕದಲ್ಲಿ ಪುಟ್ಟ (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಡಾ   ಎ. ಸುಬ್ಬರಾವ್	75.00
ಕಂಪ್ಯೂಟರ್ (ಮಕ್ಕಳಿಗೆ ಮಾಹಿತಿ ಸಾಹಿತ್ಯ. 6ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಬೇದ್ರೆ ಮಂಜುನಾಥ	22.00
ಬೆಳಕು (11ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಗಾಯತ್ರಿ ಮೂರ್ತಿ	40.00
ಶಬ್ದಲೋಕ (9ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಗಾಯತ್ರಿ ಮೂರ್ತಿ	30.00
ಶಾಖ (9ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಗಾಯತ್ರಿ ಮೂರ್ತಿ	22.00
ಗಾಳಿ (10ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಗಾಯತ್ರಿ ಮೂರ್ತಿ	15.00
ನೀರು (10ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಗಾಯತ್ರಿ ಮೂರ್ತಿ	15.00

#### ♦ ಪ್ರಯೋಗಗಳು, ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು

ತ್ಯಾಜ್ಯ ವಸ್ತುಗಳಿಂದ ವಿಜ್ಞಾನ-ಆಟಿಕೆಗಳು	ಅರವಿಂದ ಗುಪ್ತ	40.00
ಸರಳ ವಸ್ತುಗಳಿಂದ ರೋಮಾಂಚನಗೊಳಿಸುವ ವಿಜ್ಞಾನ	ಅರವಿಂದ ಗುಪ್ತ	180.00
ಆಹಾ, ಎಷ್ಟೊಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳು ! (2ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಅರವಿಂದ ಗುಪ್ತ	150.00
ಮಾಡಿ ಕಲಿ (ವಿಜ್ಞಾನ ವಿವೇಕ. 2ನೇ ಮು.)	ಅರವಿಂದ ಗುಪ್ತ	150.00
ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ವಿನೋದ (18ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಎಂ. ಸ್ಕೋಲ್ಡಾರ್, ಎಲ್. ಫೋಮಿನ್	35.00
ವಿಸ್ಮಯಗಳ ನಾಡಿನಲ್ಲಿ ಎ. ಜಿ. ಕುಲಕರ್ಣಿ, ವಿ. ಜಿ. ಗಂಭೀರ್, ಆರ್. ಎಂ. ಭಾಗವತ್		70.00
ನಮ್ಮ ಪುಟ್ಟ ಪ್ರಯೋಗಶಾಲೆ (3ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಎಲ್. ಎಸ್. ಶ್ಯಾಮಸುಂದರ ಶರ್ಮ	40.00
ಮನರಂಜನೆಗಾಗಿ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರ ಭಾಗ-1 (8ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಯಾಕೊವ್ ಪೆರೆಲ್ಮನ್	160.00
ಮನರಂಜನೆಗಾಗಿ ಭೌತಶಾಸ್ತ್ರ ಭಾಗ-2 (8ನೇ ಮುದ್ರಣ)	ಯಾಕೊವ್ ಪೆರೆಲ್ಮನ್	160.00
ವಿಜ್ಞಾನ ಮತ್ತು ಪವಾಡಗಳು	ಬಿ. ಪ್ರೇಮಾನಂದ್ (ಅನು : ಪಾಂಡುರಂಗ ಶಾಸ್ತ್ರಿ)	90.00